



# Développement de modèles asymptotiques en Contrôle Non Destructif (CND) par ultrasons : Interaction des ondes élastiques avec des irrégularités géométriques et prise en compte des ondes de tête.

Adrien Ferrand

## ► To cite this version:

Adrien Ferrand. Développement de modèles asymptotiques en Contrôle Non Destructif (CND) par ultrasons : Interaction des ondes élastiques avec des irrégularités géométriques et prise en compte des ondes de tête.. Acoustique [physics.class-ph]. Université Sciences et Technologies - Bordeaux I, 2014. Français. NNT : . tel-01072253

**HAL Id: tel-01072253**

**<https://theses.hal.science/tel-01072253>**

Submitted on 8 Oct 2014

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE PRÉSENTÉE  
POUR OBTENIR LE GRADE DE  
**DOCTEUR DE**  
**L'UNIVERSITÉ DE BORDEAUX**

ÉCOLE DOCTORALE DES SCIENCES PHYSIQUES ET DE L'INGÉNIEUR  
SPÉCIALITÉ MÉCANIQUE

Par Adrien FERRAND

**DÉVELOPPEMENT DE MODÈLES ASYMPTOTIQUES EN CONTRÔLE NON  
DESTRUCTIF (CND) PAR ULTRASONS :  
INTERACTION DES ONDES ÉLASTIQUES AVEC DES IRRÉGULARITÉS  
GÉOMÉTRIQUES ET PRISE EN COMPTE DES ONDES DE TÊTE.**

Soutenue le 13/05/2014

Membres du jury :

Mme.	LUPPÉ, Francine	Professeur des Universités, LOMC Le Havre	Présidente
Mme.	FARRA, Véronique	Physicienne Adjointe, IPGP Paris	Rapporteuse
M.	BOUCHE, Daniel	Directeur de recherches CEA, CEA/DAM Arpajon	Rapporteur
M.	MOYSAN, Joseph	Professeur des Universités, LMA Aix-Marseille	Examineur
M.	DESCHAMPS, Marc	Directeur de recherches CNRS, I2M Bordeaux	Directeur de thèse
M.	DARMON, Michel	Ingénieur-Chercheur Expert, CEA/LIST Gif-sur-Yvette	Encadrant de thèse
M.	MOLINET, Frédéric	Ancien Directeur de MOTHESIM	Membre invité



**Résumé** - L'onde de tête est l'onde de première arrivée observée au cours d'une inspection TOFD (Time Of Flight Diffraction). La technique TOFD est une méthode d'inspection très répandue en CND (Contrôle Non Destructif) par ultrasons, faisant appel à deux capteurs piézoélectriques positionnés symétriquement et en vis-à-vis, avec un écartement constant, au-dessus de la surface d'entrée de la pièce à inspecter.

Une étude numérique montre que la propagation de l'onde de tête près d'une surface d'entrée irrégulière n'est plus un phénomène de propagation uniquement surfacique comme dans le cas d'une surface plane, mais fait aussi intervenir un phénomène de propagation volumique induit par des diffractions du champ ultrasonore sur les irrégularités de surface.

Pour modéliser ces phénomènes, une méthode générique de tracé de rayons fondée sur le principe de Fermat généralisé est développée et détermine le parcours effectif dans une pièce de surface irrégulière de toutes les ondes ultrasonores se propageant dont l'onde de tête.

L'évaluation des phénomènes de diffraction par des modèles d'amplitude suivant une approche rayons permet ensuite d'obtenir une simulation complète (temps de vol, front d'onde et amplitude) de l'onde de tête pour plusieurs types d'irrégularités surfaciques. Des validations théoriques et expérimentales de l'outil de simulation développé ont été effectuées et se sont avérées concluantes.

#### **DEVELOPMENT OF ASYMPTOTIC MODELS IN ULTRASONIC NON DESTRUCTIVE TECHNIQUES (NDT): ELASTIC WAVES INTERACTION WITH GEOMETRICAL IRREGULARITIES AND HEAD WAVES MODELING.**

**Abstract** - The head wave is the first arrival wave received during a TOFD (Time Of Flight Diffraction) inspection. The TOFD technique is a classical ultrasonic NDT (Non Destructive Testing) inspection method employing two piezoelectric transducers which are symmetrically placed facing each other with a constant spacing above the inspected specimen surface.

The head wave propagation along an irregular entry surface is shown by a numerical study to be not only a surface propagation phenomenon, as for the plane surface case, but also involves a bulk propagation phenomenon caused by diffractions of the ultrasonic wave field on the surface irregularities.

In order to model these phenomena, a generic ray tracing method based on the generalized Fermat's principle has been developed and establishes the effective path of any ultrasonic propagating wave in a specimen of irregular surface, notably including the effective head wave path.

The diffraction phenomena evaluation by amplitude models using a ray approach allows to provide a complete simulation (time of flight, wave front and amplitude) of the head wave for numerous kinds of surface irregularity. Theoretical and experimental validations of the developed simulation tool have been carried out and have proven successful.

**Keywords:** *head wave, TOFD, irregular surfaces, ray tracing, ray models.*

**Mots-clés :** *onde de tête, TOFD, surfaces irrégulières, tracé de rayons, modèles rayon.*

*Laboratoire d'accueil :* Département d'Imagerie et Simulation pour le Contrôle (DISC), CEA-LIST  
CEA-Saclay, DIGITEO LABs, bât. 565, 91191 Gif-sur-Yvette cedex





# REMERCIEMENTS

*Ces quelques années passées au CEA-LIST, tout d'abord en tant que stagiaire, puis en tant que thésard, sont terminées. J'en garderai le souvenir d'une belle expérience ! Je tiens ainsi à remercier Philippe Benoist, et son successeur Clarisse Poidevin, d'avoir accepté de m'accueillir au sein du Département d'Imagerie et Simulation pour le Contrôle (DISC).*

*Je remercie chaleureusement Lili Ganjehi, qui a encadré mon stage de Master au DISC, et qui m'a permis de découvrir ce laboratoire ainsi que le monde du CND. Par ailleurs, j'ai beaucoup apprécié de travailler avec Vincent Dorval, Nicolas Leymarie et Alain Lhémy, qui m'ont chacun beaucoup aidé, et je souhaite les en remercier.*

*Je remercie aussi les membres du jury qui ont accepté de lire mon manuscrit, d'assister à ma soutenance, et de m'avoir donné la grande joie de recevoir le titre de Docteur.*

*Et maintenant, un grand merci à toutes les personnes du laboratoire avec qui j'ai passé de supers moments ! Vous avez souvent égayé ce triste plateau de Saclay par votre bonne humeur et votre entrain, sans parler des bonnes soirées que nous avons passées tous ensemble. Vincent, Clément, Josua, Pascal, Marie-Anne, Victor, merci ! Et comment ne pas mentionner la tripotée diabolique des anciens et actuels thésards du DISC : Souad, Warida, Sophie, Antoine, Thomas, Matthieu, Blandine, Jason, Marouane, Mathilde, Audrey ... pour finir bien sûr, celles qui ont commencé, vécu et conclu cette épopée « thésique » avec moi, Audrey aka Eudray et Clémence aka La Rouge. Merci, je ne vous oublierai pas.*

*Multitudes PCéennes, je vous envoie mes amicales pensées ! Vous voir en ces temps difficiles m'a grandement changé les idées, merci beaucoup ! Paul, Benjamin, coloc de mon cœur, et Marion, merci d'avoir été là !*

*Je remercie Marc Deschamps pour avoir accepté de diriger ma thèse, et dont les conseils m'ont été très utiles. J'exprime aussi de sincères remerciements pour mon premier encadrant, Sylvain Chatillon, qui m'a suivi durant un an, et qui, après être devenu chef de laboratoire, a pris un temps conséquent pour m'aider à intégrer mes travaux dans CIVA. Son aide a été décisive. Et bien sûr, je remercie mon second encadrant, Michel Darmon, qui m'a assisté pour les deux ans et plus qui ont suivi : Michel, grâce à ta persévérance, ton sérieux et ta motivation, tu as assuré le succès de cette thèse. Ce travail n'a pas été de tout repos, et je souhaite te faire part de ma gratitude à ton égard.*

*Je remercie mes parents, qui sont depuis toujours d'un soutien sans faille et d'un grand réconfort, ainsi que mes deux petits frères. J'espère que vous êtes fiers de moi.*

*Pour finir, je dédie ma thèse à ma fiancée, Anne-Laure. Ma chérie, tu as illuminé tous ces jours de ta présence, tu as été d'une patience et d'une aide infinies, et je ne te remercierai jamais assez.*



# TABLE DES MATIÈRES

<b>RÉSUMÉ, ABSTRACT .....</b>	<b>3</b>
<b>REMERCIEMENTS .....</b>	<b>5</b>
<b>TABLE DES MATIÈRES .....</b>	<b>7</b>
<b>INTRODUCTION GÉNÉRALE .....</b>	<b>11</b>
<b>CHAPITRE 1 : APPROCHE EN MODÉLISATION DE LA PROPAGATION DES ONDES DE TÊTE SUR DES GÉOMÉTRIES IRRÉGULIÈRES .....</b>	<b>17</b>
RÉSUMÉ .....	17
INTRODUCTION .....	18
1.1. ÉTAT DE L'ART DE LA MODÉLISATION DES ONDES DE TÊTE SUR DES GÉOMÉTRIES NON PLANES.....	22
1.1.1. <i>Applicabilité aux interfaces irrégulières du modèle ART d'onde de tête sur interface plane .....</i>	22
1.1.2. <i>Cas d'une interface faiblement courbe (convexe ou concave) .....</i>	25
1.1.3. <i>Étude numérique des ondes de tête sur des surfaces irrégulières.....</i>	26
1.1.4. <i>Conclusion sur l'état de l'art des ondes de tête sur des interfaces non planes en géophysique ...</i>	29
1.2. CARACTÉRISATION EXPÉRIMENTALE DU SIGNAL DE L'ONDE DE TÊTE.....	29
1.2.1. <i>Configurations d'étude.....</i>	30
1.2.2. <i>Résultats de l'acquisition expérimentale.....</i>	30
1.3. ANALYSE DE LA PROPAGATION DES ONDES DE TÊTE PAR ÉLÉMENTS FINIS SUR DES SURFACES COMPLEXES .....	32
1.3.1. <i>Principe de la simulation numérique.....</i>	32
1.3.2. <i>Géométries étudiées et configurations d'inspections.....</i>	33
1.3.3. <i>Étude des instantanés des champs simulés sur la géométrie à dièdres .....</i>	34
1.3.4. <i>Instantanés des champs simulés sur la géométrie cylindrique.....</i>	39
1.3.5. <i>Conclusion sur l'étude des instantanés du champ quant aux mécanismes de propagation .....</i>	42
1.4. MÉTHODOLOGIE DE CALCUL SOUS FORME DE RAYONS DE LA PROPAGATION DE L'ONDE DE TÊTE .....	42
1.4.1. <i>Présentation de la théorie des rayons .....</i>	43
1.4.2. <i>Les apports de la Théorie Géométrique de la Diffraction (GTD).....</i>	46
1.4.3. <i>Méthode retenue pour modéliser l'onde de tête.....</i>	48
1.4.4. <i>Conclusion sur la méthode proposée de modélisation de l'onde de tête .....</i>	52
CONCLUSION DU CHAPITRE.....	52
<b>CHAPITRE 2 : DÉVELOPPEMENT D'UN ALGORITHME GÉNÉRIQUE DE TRACÉ DE RAYONS POUR LA DIFFRACTION D'ONDES SUR DES GÉOMÉTRIES IRRÉGULIÈRES.....</b>	<b>55</b>
RÉSUMÉ .....	55
INTRODUCTION : ÉTAT DE L'ART EN TRACÉ DE RAYONS .....	56
2.1. CONFIGURATIONS TOFD TRAITÉES PAR L'ALGORITHME .....	57
2.1.1. <i>Milieux de propagation .....</i>	57
2.1.2. <i>Interface irrégulière.....</i>	59
2.1.3. <i>Modes de propagation et conversion de mode .....</i>	60
2.1.4. <i>Défauts présents dans la pièce.....</i>	60
2.2. PRINCIPES PHYSIQUES DU GRIT (GENERIC RAY TRACING TOOL) .....	61
2.3. FONCTIONNEMENT DE L'ALGORITHME DE TRACÉ DE RAYONS .....	64
2.3.1. <i>Présentation du cas d'étude.....</i>	64
2.3.2. <i>Fonctionnement général de l'algorithme .....</i>	66
2.3.3. <i>Acquisition des données d'entrée.....</i>	67
2.3.4. <i>Discretisation des interfaces de la pièce et ajout des défauts.....</i>	69
2.3.5. <i>Calcul du graphe orienté des longueurs élémentaires .....</i>	70
2.3.6. <i>Stockage de la nature des trajets élémentaires .....</i>	71

2.3.7.	Mise à jour du graphe orienté et de la nature des trajets élémentaires .....	71
2.3.8.	Construction du graphe orienté des temps de vol élémentaires .....	72
2.3.9.	Parcours optimisé du graphe orienté .....	74
2.3.10.	Données de sortie .....	75
2.4.	APPLICATION DE L'ALGORITHME DE TRACÉ DE RAYONS (GRTT) .....	77
2.4.1.	Méthodologie .....	77
2.4.2.	Résultats de simulation par GRTT dans une pièce présentant un affouillement .....	78
2.4.3.	Validation de l'hypothèse de propagation de l'onde de tête sur l'affouillement .....	80
	CONCLUSION DU CHAPITRE .....	82
<b>CHAPITRE 3 : DÉVELOPPEMENT DE MODÈLES RAYON POUR LE CALCUL EN AMPLITUDE DE L'ONDE DE TÊTE .....</b>		<b>85</b>
	RÉSUMÉ .....	85
	INTRODUCTION .....	86
3.1.	MODÈLE DE DIFFRACTION ACOUSTIQUE SUR CYLINDRE ET DEMI-CYLINDRE .....	87
3.1.1.	Solution analytique de la diffraction d'une onde cylindrique sur un cylindre vide en milieu fluide : méthode SOV (Separation of Variables) .....	87
3.1.2.	Approximation asymptotique du rayon rampant sur un cylindre .....	88
3.1.3.	Extension du modèle du rayon rampant au cas du demi-cylindre .....	92
3.1.4.	Résultats de simulation du modèle de rayon rampant acoustique .....	94
3.2.	MODÈLE ÉLASTIQUE DE DIFFRACTION SUR CYLINDRE .....	97
3.2.1.	Expression de la diffraction d'une onde plane élastique sur un cylindre par la méthode SOV .....	97
3.2.2.	Établissement de deux modèles rayon d'amplitude pour la propagation élastique sur un cylindre .....	98
3.2.3.	Étude comparative par simulation de la méthode SOV et des modèles rayon d'amplitude .....	102
3.3.	EXTENSION DES MODÈLES RAYON À LA GÉOMÉTRIE D'AFFOUILLEMENT .....	107
3.3.1.	Description de la configuration .....	107
3.3.2.	Études existantes du rayon rasant en acoustique et en élastodynamique .....	108
3.3.3.	Modèle du rayon rasant .....	109
3.3.4.	Modèle d'amplitude complet pour affouillement .....	110
3.3.5.	Établissement par simulation de la divergence du rayon rasant .....	111
	CONCLUSION .....	114
<b>CHAPITRE 4 : VALIDATION DU MODÈLE DE SIMULATION DE L'ONDE DE TÊTE SUR INTERFACE IRRÉGULIÈRE .....</b>		<b>117</b>
	RÉSUMÉ .....	117
	INTRODUCTION .....	118
4.1.	INTÉGRATION DU MODÈLE COMPLET DANS CIVA .....	119
4.1.1.	Principe de l'intégration .....	119
4.1.2.	Cas d'une inspection TOFD avec une source et un récepteur ponctuels .....	120
4.1.3.	Intégration du modèle SOV en champ lointain .....	123
4.1.4.	Intégration de la modélisation CIVA pour le cas de capteurs étendus .....	126
4.2.	VALIDATIONS THÉORIQUES DU TEMPS DE VOL DE L'ONDE DE TÊTE .....	129
4.2.1.	Cas d'une saillie .....	131
4.2.2.	Cas d'un demi-cylindre .....	132
4.2.3.	Cas d'un affouillement .....	134
4.2.4.	Cas d'une surface irrégulière quelconque .....	135
4.2.5.	Conclusion sur la validation du temps de vol .....	136
4.3.	VALIDATIONS THÉORIQUES DES MODÈLES D'AMPLITUDE DE L'ONDE DE TÊTE .....	137
4.3.1.	Étalonnage .....	137
4.3.2.	Cas de petits capteurs (1mm) .....	139
4.3.3.	Cas de capteurs étendus .....	142
4.3.4.	Conclusion sur la validation .....	146
4.4.	VALIDATION EXPÉRIMENTALE DE LA MODÉLISATION DE L'ONDE DE TÊTE .....	147
	CONCLUSION DU CHAPITRE .....	149
<b>CONCLUSION GÉNÉRALE .....</b>		<b>151</b>

<b>BIBLIOGRAPHIE .....</b>	<b>157</b>
<b>ANNEXE A : EXTENSION DE L'ALGORITHME GRTT AU TRACÉ DE RAYONS DANS LES MILIEUX ANISOTROPES OU HÉTÉROGÈNES.....</b>	<b>163</b>
A.1. <i>Cas des milieux anisotropes .....</i>	<i>163</i>
A.2. <i>Cas de milieux hétérogènes.....</i>	<i>164</i>
<b>ANNEXE B : CONTRAINTES AVANCÉES SUR LE CALCUL DU TRAJET D'UNE ONDE PAR L'ALGORITHME GRTT .....</b>	<b>165</b>
B.1. <i>Cas d'un trajet avec la contrainte d'un unique point de passage parmi un ensemble de trois points, avec un seul quadruplet de modes de propagation.....</i>	<i>165</i>
B.2. <i>Contraintes avancées multiples avec un seul quadruplet de modes de propagation .....</i>	<i>166</i>
B.3. <i>Contraintes avancées multiples avec deux quadruplets de modes de propagation.....</i>	<i>167</i>
<b>ANNEXE C : COEFFICIENTS ET DÉVELOPPEMENT ASYMPTOTIQUE DU MODÈLE SOV SUR UN CYLINDRE VIDE EN MILIEU SOLIDE .....</b>	<b>169</b>
C.1. <i>Définition des coefficients du modèle SOV en milieu solide .....</i>	<i>169</i>
C.2. <i>Développement asymptotique du modèle SOV en milieu solide .....</i>	<i>170</i>



# INTRODUCTION GÉNÉRALE

Les structures industrielles, telles que les centrales nucléaires, les avions ou encore les barrages hydrauliques, nécessitent un contrôle régulier et non invasif au cours de leur construction puis de leur utilisation, afin d'assurer l'intégrité physique et donc la sécurité inhérente à leur fonctionnement. À cet effet, le Contrôle Non Destructif (CND) rassemble un ensemble de techniques dans différents domaines scientifiques (électromagnétisme, thermographie, chimie, mécanique) permettant de caractériser et de vérifier l'état des pièces composant de telles structures. En particulier, les techniques dites ultrasonores exploitent la propagation d'ondes mécaniques à haute fréquence pour inspecter une pièce afin de détecter, positionner et dimensionner d'éventuels défauts.

L'une des techniques ultrasonores souvent utilisée est l'inspection TOFD (Time Of Flight Diffraction). Cette technique fait appel à deux capteurs piézoélectriques positionnés symétriquement et en vis-à-vis, avec un écartement constant. Les capteurs sont généralement employés en mode immersion, c'est-à-dire immergés dans de l'eau au-dessus de la pièce à inspecter, ou en mode contact, c'est-à-dire directement au contact de la pièce (*Figure i*). Le couple de capteurs est déplacé le plus souvent parallèlement à la surface de la pièce tout au long de l'inspection. L'un des capteurs émet une onde ultrasonore vers la pièce : cette onde incidente interagit avec les surfaces de la pièce ainsi qu'avec les éventuels défauts présents en surface ou dans le cœur du matériau, générant alors de nouvelles ondes. Ces dernières sont ensuite reçues par le second capteur et converties en signaux électriques enregistrés par le système d'acquisition. Le temps d'arrivée de ces ondes sur le capteur récepteur (aussi appelé temps de vol), ou encore la forme d'onde et l'amplitude des signaux acquis, fournissent des informations essentielles pour conclure sur les caractéristiques des défauts présents dans la pièce, et donc sur l'intégrité de cette dernière.

La conception d'une inspection en CND ultrasonore et l'analyse des informations reçues peuvent être complexes. L'une des solutions souvent mises en œuvre pour simplifier l'analyse des données de mesure, étudier la faisabilité ou améliorer les méthodes d'inspection, est de comparer les données mesurées avec des données de simulation. Le laboratoire d'Imagerie, Simulation et Contrôle (DISC) du CEA/LIST développe et fournit aux industriels une plate-forme logicielle appelée CIVA. Le but de ce logiciel est de proposer la simulation rapide et exhaustive de l'inspection d'une pièce par les principales techniques de CND (imagerie ultrasonore, courant de Foucault, radiographie X, tomographie par rayons X), et de fournir en sus des outils d'analyse en CND. La plate-forme logicielle CIVA prend notamment en charge, au sein de ses modules de simulation ultrasonore, les inspections de type TOFD.

Pour répondre aux impératifs d'efficacité et de précision des simulations sous CIVA, des modèles semi-analytiques sont principalement utilisés afin de simuler la propagation des ondes ultrasonores dans les pièces inspectées par la technique TOFD. À ce jour, les modèles utilisés pour simuler une inspection TOFD sont essentiellement des modèles



asymptotiques valides uniquement à haute fréquence, s'appuyant sur une résolution approchée des équations d'onde : ces modèles, appelés théories de rayons, représentent la propagation du champ ultrasonore sous la forme de rayons portant une amplitude déterminée de manière analytique. L'un des principaux modèles asymptotiques est la Théorie Géométrique de la Diffraction (GTD) [1], qui est classiquement utilisée pour modéliser la diffraction par les arêtes de défauts (notamment au sein de CIVA [2]).

Parmi les signaux reçus usuellement au cours d'une inspection TOFD, celui d'une onde très particulière, arrivant toujours en premier sur le capteur récepteur, se dégage : son trajet est représenté en rouge sur la *Figure i*. Cette onde, souvent appelée onde latérale en CND, est émise à l'incidence critique  $\theta^*$  en direction de la pièce, puis est réfractée dans celle-ci pour se propager le long de la surface d'entrée. L'onde latérale est ensuite rayonnée à l'incidence critique  $\theta^*$  en direction du capteur récepteur.

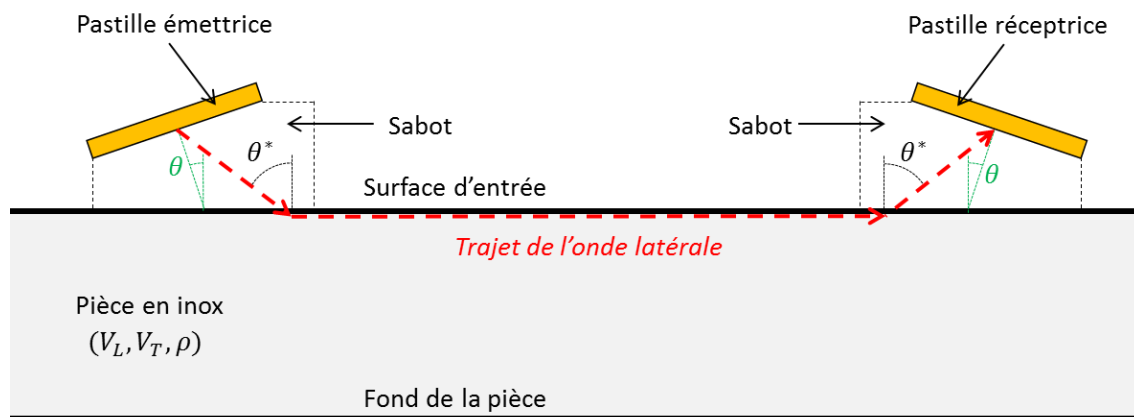


Figure i : Propagation de l'onde de tête dans une pièce à surface d'entrée plane au cours d'une inspection TOFD au contact.

L'onde latérale fournit des informations sur l'état de la surface de la pièce, et est donc utile pour l'analyse des données d'inspection TOFD (notamment pour le dimensionnement des défauts en surface ou en volume) ; elle peut aussi être utilisée pour détecter des défauts débouchants en surface. Le CND n'est pas le seul domaine où cette onde est rencontrée, car on peut aussi l'observer en géophysique et en sismologie. Dans ces domaines, elle est appelée onde de tête, en référence à sa qualité de première onde reçue : cette appellation sera conservée dans la suite de ce mémoire. Ainsi, la géophysique utilise des techniques d'imagerie basées sur la propagation d'ondes mécaniques pour repérer les réservoirs d'hydrocarbure dans le sol de champs pétroliers : des ondes de tête se propageant à l'interface entre deux strates géologiques sont souvent observées. De la même façon, la formation de séismes génère des ondes sismiques à la surface de la Terre : la première onde reçue en un point de la Terre est aussi une onde de tête. À l'instar des autres ondes simulées au cours d'une inspection TOFD, la suite logicielle CIVA dispose d'un modèle asymptotique permettant de calculer l'onde de tête se propageant sur une surface plane sous forme de rayons, ce modèle ayant été initialement développé pour le domaine de la géophysique [3].

Cependant, les pièces susceptibles d'être inspectées par la technique TOFD ne disposent pas nécessairement de surfaces d'inspection planes. Lorsqu'un défaut affleurant à la surface d'une pièce est détecté, une méthode de réparation possible est de creuser la pièce afin de retirer le volume entourant le défaut, en vue de le remplacer par du matériau sain. Afin de s'assurer que l'ensemble du défaut a été supprimé durant l'opération, une nouvelle inspection TOFD est menée sur la pièce avant d'ajouter le nouveau matériau par soudage: suite à l'opération de creusement, la surface d'inspection n'est alors plus plane mais prend la forme d'un « affouillement », composé d'une première partie courbe, d'une partie plane puis d'une seconde partie courbe (*Figure ii*). Or au cours de l'inspection TOFD de cette pièce à surface irrégulière, une onde de tête est détectée par le capteur récepteur : la propagation de l'onde de tête sur des surfaces irrégulières telles que les affouillements est l'objet de notre étude.

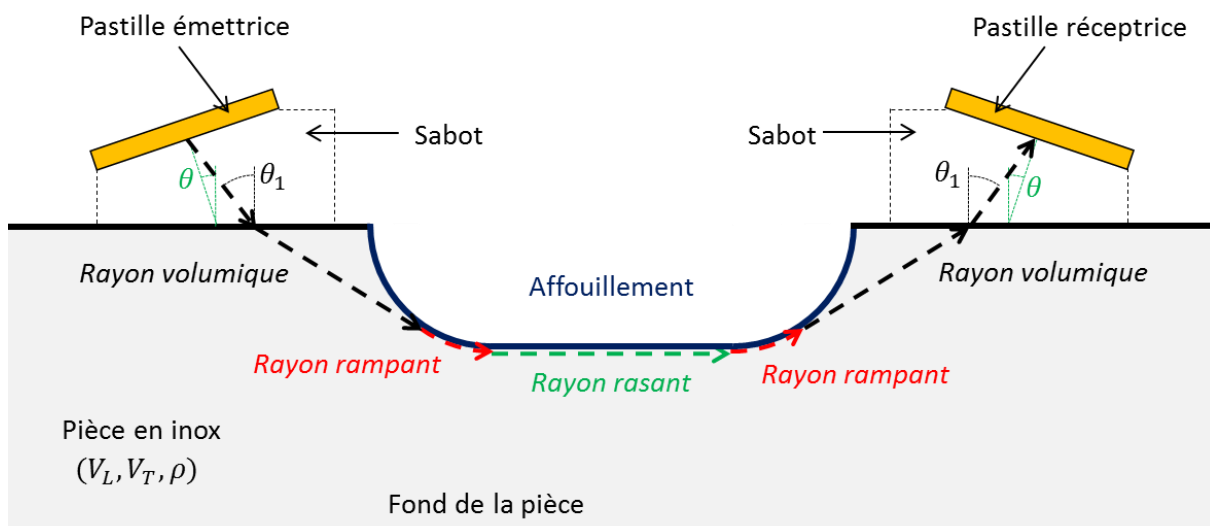


Figure ii : Propagation de l'onde de tête dans une pièce à surface d'affouillement au cours d'une inspection TOFD au contact.

On observe aussi que le signal de l'onde de tête reçu en inspection TOFD dépend de l'état de la surface d'entrée: son temps de vol, sa forme d'onde ainsi que son amplitude sont modifiés au passage d'une irrégularité de surface. Or les phénomènes physiques reliant l'état de la surface au signal de l'onde de tête n'ont pas été étudiés dans la littérature relative aux inspections TOFD pour le CND. De plus, le modèle asymptotique de propagation des ondes de tête intégré dans CIVA, conçu pour des surfaces planes, ne permet pas de simuler de manière précise le signal observé dans le cas d'inspections expérimentales sur interfaces irrégulières.

Les travaux de thèse présentés dans ce mémoire ont donc pour but d'étudier la relation entre les irrégularités de la surface et l'onde de tête, puis de développer un modèle afin de simuler le signal reçu au cours d'une inspection TOFD et d'intégrer ce modèle au sein de la plate-forme logicielle CIVA. Cette intégration dans CIVA permet de comparer les résultats du modèle développé à ceux d'autres modèles existants (éléments finis, modèle d'onde de tête sur surface plane) et d'effectuer aisément une validation expérimentale par

le biais d'une mesure d'étalonnage (cf. section 4.3.1). Afin que le modèle développé réponde aux besoins d'efficacité et de précision de CIVA, nos travaux portent sur les méthodes asymptotiques, à même de fournir un modèle de propagation semi-analytique peu gourmand en temps de calcul.

Dans le premier chapitre de ce manuscrit, nous nous penchons tout d'abord sur les études existantes en géophysique, qui fournissent une interprétation et un modèle de propagation de l'onde de tête sur des surfaces non planes (cf. section 1.1.2). Le champ ultrasonore simulé par éléments finis pour des inspections TOFD sur surfaces irrégulières est ensuite analysé afin de comprendre les phénomènes physiques responsables de l'onde de tête reçue. En effet, celle-ci se propage non seulement en surface mais aussi en volume. Le trajet de l'onde sur un affouillement est ainsi représenté sur la *Figure ii* : générée par l'émetteur à un angle d'incidence non critique  $\theta_i$ , l'onde de tête est réfractée dans le volume de la pièce pour atteindre tangentiellement l'affouillement. Elle se propage ensuite le long de la première partie courbe sous forme d'un rayon rampant, puis le long de la partie plane sous la forme d'un rayon rasant et enfin le long de la seconde partie courbe sous la forme d'un second rayon rampant. L'onde de tête est ensuite réémise tangentiellement à l'affouillement dans le volume de la pièce et enfin réfractée à l'angle non critique  $\theta_i$  en direction du récepteur. Après avoir introduit les théories asymptotiques permettant de modéliser les rayons rampants et rasants, une approche complète de modélisation de la propagation de l'onde de tête sur surfaces irrégulières est proposée. Les deux étapes constitutives de cette approche font l'objet du deuxième et du troisième chapitre

Le deuxième chapitre se focalise sur la première étape de la modélisation proposée: celle-ci consiste à calculer le trajet de l'onde de tête. Pour cela, un outil générique de tracé de rayons est conçu : il permet de simuler le trajet de toute onde au voisinage d'une surface irrégulière quelconque en prenant compte de toutes les interactions possibles dans la pièce. Cet outil est par la suite appliqué pour analyser les mécanismes de propagation de l'onde de tête lors d'une inspection TOFD sur une surface irrégulière. Afin de les valider, les résultats obtenus sont comparés avec ceux issus de simulation par éléments finis. À l'issue du chapitre 2, le trajet de l'onde de tête sur surface irrégulière pouvant être déterminé, il s'agit désormais de modéliser l'amplitude portée par ce trajet rayon.

Le troisième chapitre est consacré à la seconde étape de modélisation, qui est le développement de modèles asymptotiques de rayons calculant l'amplitude de l'onde de tête sur des surfaces irrégulières (irrégularités cylindriques et affouillements). Ainsi, trois modèles de rayons rampants (rayons en vert sur la *Figure ii*) se propageant sur une surface courbe sont proposés : le premier est la solution SOV exacte, qui calcule de manière analytique le champ diffusé par un cylindre, le second est la solution SOV en champ lointain, et le dernier est le modèle GTD asymptotique du rayon rampant. Ces trois modèles sont comparés sur plusieurs cas d'étude afin de déterminer le meilleur modèle à utiliser pour la modélisation complète de l'onde de tête sur irrégularité cylindrique. D'autre part, un modèle de rayon rasant (rayon en rouge sur la *Figure ii*) est développé

pour la propagation du champ le long de la partie plane d'un affouillement, et la divergence de l'onde de tête le long de ce rayon est évaluée empiriquement à l'aide de simulations par éléments finis. Le calcul du champ de l'onde de tête se diffractant respectivement sur une irrégularité cylindrique et sur un affouillement est alors établi en utilisant respectivement le modèle du rayon rampant, et une association du modèle retenu de rayon rampant et du modèle du rayon rasant.

Au cours du quatrième et dernier chapitre de la thèse, l'approche complète de modélisation de l'onde de tête est concrétisée par son intégration dans la plate-forme logicielle CIVA : le signal effectivement reçu au cours d'une inspection TOFD sur une pièce de surface irrégulière est ainsi simulé dans le domaine temporel. Cette intégration consiste à coupler l'outil générique de tracé de rayon et les modèles rayon en amplitude, élaborés dans le deuxième puis le troisième chapitre. La validation du modèle complet intégré est ensuite effectuée théoriquement par la comparaison pour plusieurs types d'irrégularités des signaux calculés par CIVA avec des résultats de simulations numériques par éléments finis, et expérimentalement par une comparaison avec des résultats de mesure de l'inspection TOFD d'un affouillement réaliste.



# CHAPITRE 1 : APPROCHE EN MODÉLISATION DE LA PROPAGATION DES ONDES DE TÊTE SUR DES GÉOMÉTRIES IRRÉGULIÈRES

## RÉSUMÉ

Dans ce premier chapitre, nous présentons tout d'abord le contexte de cette étude portant sur les ondes de tête sur géométries irrégulières. Nous décrivons ensuite les travaux existants en géophysique sur la propagation de l'onde de tête sur des géométries irrégulières et dans lesquelles les auteurs étudient la relation entre les caractéristiques du signal de l'onde de tête et l'irrégularité de l'interface sur laquelle se propage l'onde. Nous nous focalisons ensuite sur les études expérimentales et numériques dans le domaine du Contrôle Non Destructif que nous avons effectuées afin de préciser les caractéristiques de la propagation de l'onde de tête sur des interfaces irrégulières dans le cas des inspections TOFD (Time Of Flight Diffraction). Toutes les études précédentes, qu'elle concernent la géophysique ou le CND, montrent que l'onde de tête sur interfaces irrégulières diffère de l'onde de tête sur interface plane par le fait que les irrégularités de l'interface sont responsables de nombreux effets de diffraction des ondes volumiques dans l'échantillon. Ces diffractions ont pour conséquence l'implication de mécanismes surfaciques et volumiques sur la propagation de l'onde de tête, et non simplement de mécanismes uniquement surfaciques comme pour l'onde de tête sur interface plane. Après avoir présenté une théorie de rayons, la Théorie Géométrique de la Diffraction, prévoyant les phénomènes de diffraction mis en valeur par notre étude, la solution retenue est une approche de modélisation des ondes de tête sur des géométries irrégulières s'appuyant sur cette théorie de rayons respectant l'approche semi-analytique souhaitée dans le cadre de ces travaux.

---

## INTRODUCTION

L'onde de tête a été découverte initialement dans le domaine de la géophysique, pour lequel les milieux de propagation sont généralement des milieux stratifiés, c'est-à-dire des milieux composés de strates de matériaux de vitesses de propagation et de densité différentes, et donc séparées par des interfaces susceptibles de réfléchir et de réfracter les ondes sismiques. La *Figure 1.1* montre les principales ondes pouvant être reçues au cours d'une inspection sismique (dans le cadre par exemple d'une caractérisation d'un sous-sol riche en pétrole [4]) d'un milieu stratifié pour un point source  $S$  situé dans la strate 1, générant une onde sphérique longitudinale, et un point d'observation  $O$  situé à la surface entre le milieu stratifié et le milieu extérieur.

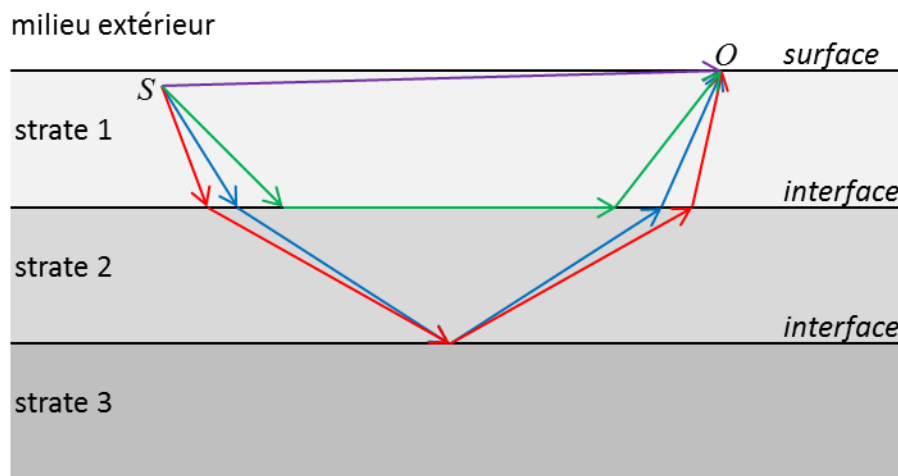


Figure 1.1 : Représentation du trajet des principales ondes émises en  $S$ , reçues en  $O$  au cours d'une inspection sismique d'un milieu stratifié. Chaque couleur correspond à une onde : onde L directe (violet), onde L réfléchie (bleu), onde T réfléchie (rouge), onde de tête (vert).

Pour le type d'inspection sismique présentée sur la *Figure 1.1*, lorsque les points source et observation sont suffisamment éloignés (nous reviendrons sur ce point à l'issue de la *Figure 1.2*), Mohorovicic [5] a constaté la présence du signal d'une onde de faible amplitude qui correspond au trajet vert de la figure, et qui arrive chronologiquement avant les signaux correspondant à l'onde L directe (trajet violet), à la réflexion des ondes L (trajet bleu) et des ondes T (trajet rouge) sur l'interface entre la strate 2 et de la strate 3 du milieu. Du fait de cette caractéristique essentielle, à savoir que l'onde correspondant au trajet vert arrive en premier sur le point d'observation, cette dernière a été appelée « onde de tête » par Schmidt [6], qui a développé pour la première fois un dispositif permettant de visualiser le front de cette onde. L'onde de tête a par la suite été fréquemment utilisée dans les études sismiques ou l'inspection en géophysique [4], [7]. Par ailleurs, cette onde a été étudiée dans une moindre mesure en électromagnétisme [8–11] et bien sûr en Contrôle Non Destructif comme nous le verrons plus loin dans cette introduction.

Dans le cas où les strates des milieux étudiés sont séparées par des interfaces planes, le mécanisme de propagation en géophysique de l'onde de tête (matérialisé par le trajet vert de la *Figure 1.1*) est bien connu : ce mécanisme est décrit en détail sur la *Figure 1.2* dans le cas d'une source sphérique monochromatique  $S$ .

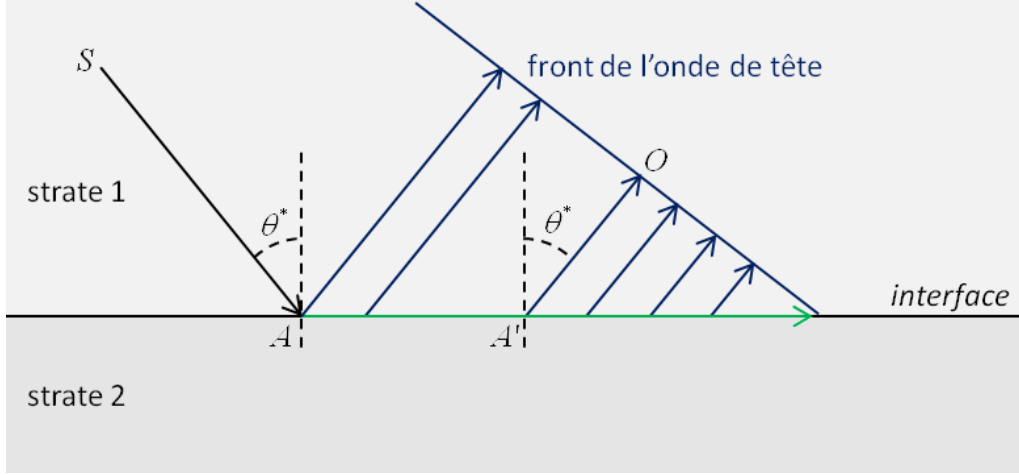


Figure 1.2 : Propagation d'une onde de tête émise en  $S$ , reçue en  $O$  et se propageant sur l'interface plane séparant la strate 1 de la strate 2 d'un milieu stratifié.

La *Figure 1.2* montre que lorsque l'onde sphérique incidente  $L$  dans la strate 1 se propageant à la vitesse  $V_1^{(L)}$  atteint une interface plane à un angle critique de réfraction  $\theta^*$  au point  $A$ , cette dernière est réfractée à un angle de  $90^\circ$  dans la strate 2, c'est-à-dire parallèlement à l'interface entre la strate 1 et la strate 2, et se propage le long de celle-ci (trajet vert) à la vitesse  $V_2^{(L)}$  des ondes  $L$  de la strate 2 à condition que  $V_1^{(L)} < V_2^{(L)}$ . Au cours de sa propagation, cette onde appelée « onde latérale » va réémettre par réflexion (trajet bleu) à l'angle  $\theta^*$  au point  $A'$  de l'interface dans la strate 1 et former le signal de l'onde de tête reçue au point  $O$ . Pour que l'onde de tête soit observable, le point  $O$  doit être suffisamment éloigné du point source  $S$  de sorte que l'onde de tête arrive avant l'onde réfléchie : cette condition est remplie lorsque  $A$  et  $A'$  ne sont pas confondus.

Plusieurs modélisations quantitatives de cette onde, dans le cas d'une interface plane, ont été proposées. Certaines s'appuient sur une formulation intégrale, comme l'a fait Cagniard [12] dans le domaine temporel et Brekhovskikh [13] dans le domaine fréquentiel. Cagniard s'appuie sur une résolution exacte, qui est donc lourde en temps de calcul. Pour y remédier, Brekhovskikh effectue un développement asymptotique de la formulation intégrale, et identifie les singularités constituant les points de branchement de l'intégrale ainsi développée. La contribution des ondes de tête est ensuite extraite en effectuant une intégration sur la branche de coupure par la méthode de la plus grande pente.

Par ailleurs, une formulation asymptotique issue de la théorie des rayons a été développée par Cervený [3] : cette théorie asymptotique des rayons (asymptotic ray theory ou ART) utilise une solution sous la forme d'une série d'ondes en puissances inverses de la pulsation  $\omega$ . Sa finalité est de modéliser la propagation de l'onde de tête sous forme de rayons transportant une certaine amplitude. En suivant les hypothèses de



modélisation du paragraphe précédent, à savoir que l'onde incidente est sphérique et monochromatique, Cerveny a modélisé la propagation de l'onde de tête sous la forme d'un trajet rayon critique (qui est  $S - A - A' - O$  sur la *Figure 1.2*), et a exprimé l'amplitude le long de ce rayon en appliquant l'ART à l'ordre 1 (l'ordre 0 donnant l'Acoustique Géométrique qui ne prévoit pas le mécanisme des ondes de tête). On obtient une expression du champ de déplacement de l'onde de tête au point  $O$  de la *Figure 1.2* en fonction de l'amplitude de la source  $S$  équivalente [14] à celle obtenue par Brekhovskikh.

Des ondes de tête sont aussi observées dans le domaine du Contrôle Non Destructif, lors des inspections TOFD (Time Of Flight Diffraction). Ces inspections sont utilisées afin de dimensionner les défauts présents dans une pièce grâce aux échos de diffraction provenant de leurs bords. La technique TOFD utilise deux capteurs identiques placés symétriquement et en vis-à-vis à la surface de l'échantillon à inspecter : le premier capteur émet une onde ultrasonore, le second reçoit les ondes s'étant propagées dans la pièce inspectée ou à sa surface. Afin de se rapprocher des problématiques rencontrées en géophysique, on peut considérer que le milieu d'inspection en TOFD d'une pièce homogène est un milieu composé de deux strates : la première strate est le milieu constituant le sabot pour une inspection au contact ou le milieu couplant pour une inspection en immersion et la seconde strate est l'échantillon. Pour une pièce à surface plane contenant un défaut plan affleurant sur le fond de la pièce, la *Figure 1.3* présente le parcours des principales ondes au cours d'une inspection TOFD au contact et la *Figure 1.4a* montre un B-scan ( de l'amplitude du signal reçu sur le capteur récepteur en fonction du temps et de la position des capteurs) expérimental d'une telle inspection sur lequel on retrouve les signaux associés à chaque onde donnée sur la *Figure 1.3*.

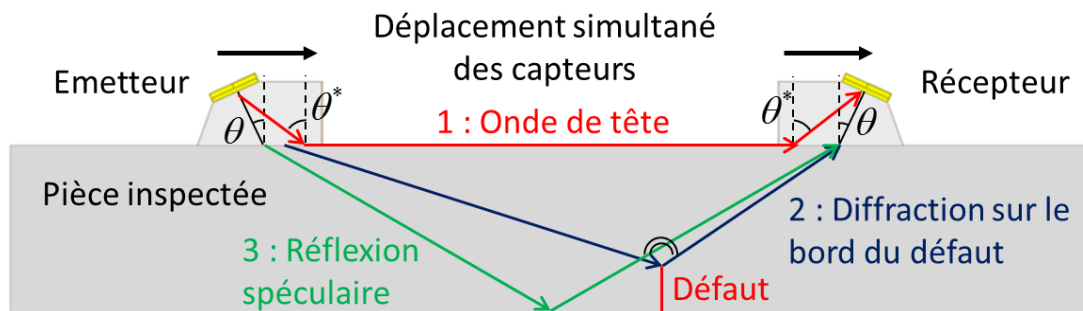


Figure 1.3 : Propagation des ondes dans un échantillon à surface d'entrée plane au cours d'une inspection TOFD au contact : représentation du trajet des différentes ondes dans la pièce.

Dans l'inspection présentée sur la *Figure 1.3*, l'axe nominal des deux capteurs forme un angle  $\theta$  avec la normale à la surface d'entrée et est fixé par la géométrie du sabot. Cet angle est choisi de sorte à émettre préférentiellement le champ d'onde L dans la pièce à un angle en général supérieur à  $45^\circ$  afin d'obtenir un maximum de détection des défauts [15]. Plusieurs ondes se propagent dans un tel échantillon ; nous allons les donner par ordre anti chronologique d'arrivée sur le capteur récepteur (*Figure 1.4a*). La dernière onde à atteindre le capteur est l'onde de volume réfléchi spéculairement sur le fond de

la pièce inspectée (trajet vert). D'autre part, la présence du défaut implique un ombrage de l'écho de fond (trajet vert) ainsi qu'une diffraction sur le bord haut du défaut et la propagation d'une onde de volume diffractée (trajet bleu): cette diffraction a pour conséquence l'apparition d'un signal appelé diffraction haute du défaut. Enfin, on observe une onde arrivant en premier sur le capteur: cette onde est appelée classiquement onde latérale ou onde de première arrivée en Contrôle Non Destructif. Cette onde latérale correspond à l'onde de tête en géophysique, et son comportement, décrit par le trajet rouge sur la *Figure 1.3* est celui donné précédemment pour les milieux stratifiés à interfaces planes sur la *Figure 1.1* : ainsi, le rayon incident rayonné par l'émetteur à l'angle critique  $\theta^*$  se propage le long de la surface, avant de rayonner au même angle critique dans le sabot du capteur récepteur, et donne le signal de l'onde de première arrivée reçue sur le capteur récepteur dans les inspections TOFD.

Le modèle ART [3], développé par Cervený (théorie asymptotique des rayons à l'ordre 1) pour l'onde de tête sur des interfaces planes en géophysique, a été appliqué pour modéliser l'onde de tête observée en inspection TOFD sur un échantillon à surface plane [16]. Au sein du laboratoire du DISC, le modèle avait ainsi été intégré quelques années avant le démarrage de la thèse au logiciel CIVA, permettant de ce fait une simulation d'inspections TOFD en géométrie plane intégrant la propagation des ondes de tête. Le B-scan simulé obtenu en utilisant ce modèle et présentant les signaux des ondes présentes dans l'inspection TOFD décrite sur la *Figure 1.3* est donné sur la *Figure 1.4b* afin d'être comparé au B-scan expérimental de cette inspection décrit dans le paragraphe précédent.

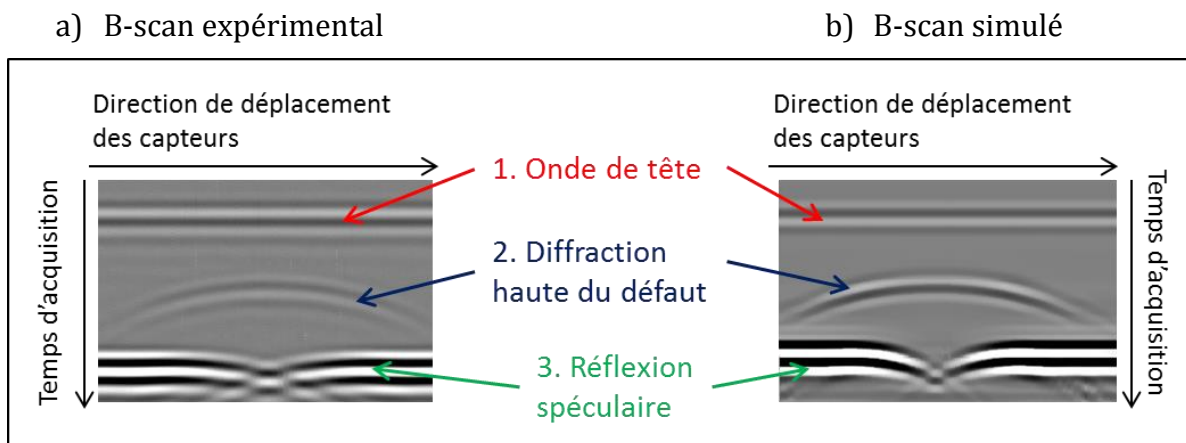


Figure 1.4 : B-scan expérimental (a) et simulé sous CIVA (b) d'une inspection TOFD sur une pièce de surface d'entrée plane.

Comme le montre la *Figure 1.4b*, on retrouve dans le B-scan simulé le signal de l'onde de tête observé expérimentalement au cours de l'inspection TOFD. La modélisation de l'acquisition reproduit ainsi fidèlement les signaux reçus sur le capteur.

L'objectif de la thèse est d'étendre la modélisation des ondes de tête, initialement disponible sur géométrie plane, aux ondes de tête sur géométries irrégulières. Pour ce faire, et de la même façon que pour les surfaces planes, nous allons commencer par décrire les travaux menés en géophysique concernant les géométries irrégulières.

## 1.1. ÉTAT DE L'ART DE LA MODÉLISATION DES ONDES DE TÊTE SUR DES GÉOMÉTRIES NON PLANES

Les études concernant la propagation des ondes de tête ont été effectuées principalement dans le domaine de la géophysique, afin de répondre aux besoins de la sismologie. En effet, les ondes de tête sont observées lors de séismes naturels [7] ou lors d'inspections sismiques pour l'activité pétrolière [4].

Après avoir analysé les ondes de tête sur des interfaces planes, les géophysiciens se sont par la suite penchés sur le cas des interfaces non planes, et particulièrement des interfaces cylindriques, afin de représenter la propagation à grande distance des ondes de tête à la surface de la Terre. Nous allons maintenant présenter les études les plus significatives portant sur les ondes de tête sur des surfaces à géométrie cylindrique afin de dégager les caractéristiques des ondes de tête sur géométries non planes.

### *1.1.1. Applicabilité aux interfaces irrégulières du modèle ART d'onde de tête sur interface plane*

L'ouvrage réalisé par Cerveny [3] sur la théorie des rayons appliquée aux ondes de tête traite principalement de la propagation en milieu isotrope sur une interface plane. Cependant Cerveny évoque le cas des interfaces non planes, ainsi que des milieux disposant de gradients de vitesse. Les cas envisagés sont indiqués sur la *Figure 1.5* dans laquelle la propagation effective de l'onde de tête est représentée par les trajets avec des flèches bleues.

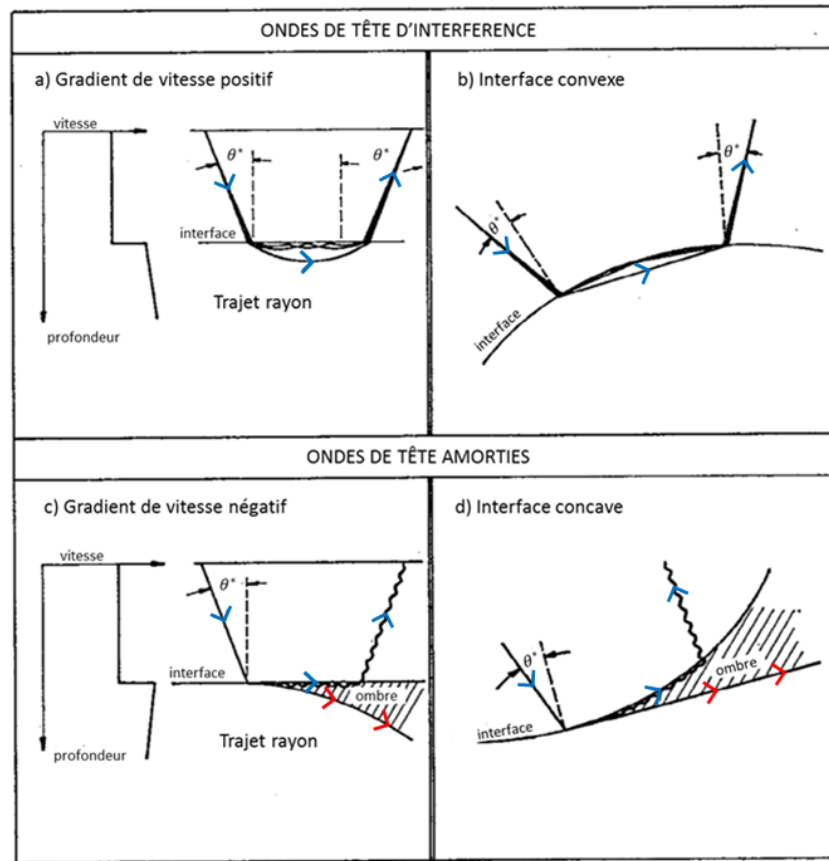


Figure 1.5 : Représentation du trajet d'ondes de tête se propageant sur des interfaces courbes ou présentant des gradients de vitesse (reproduite et traduite de [3]).

- a) Interface plane et milieu présentant un gradient de vitesse du son positif suivant  $z$ .
- b) Interface convexe.
- c) Interface plane et milieu présentant un gradient de vitesse du son négatif suivant  $z$ .
- d) Interface concave.

Les cas de la *Figure 1.5a* (gradient positif de vitesse) et de la *Figure 1.5b* (interface convexe) montrent la propagation d'ondes de tête d'interférence. Sur la *Figure 1.5a*, l'onde de tête générée à l'angle critique  $\theta^*$  suit le trajet de réfraction critique : ce trajet implique des rebonds de proche en proche dans le volume du milieu inférieur sur l'interface séparant les deux milieux du fait de la présence du gradient de vitesse positif suivant la profondeur dans le milieu inférieur. Ce mécanisme de rebonds en volume est alors responsable de la propagation effective de l'onde de tête dans le volume que l'on observe sur la *Figure 1.5a*. Cette onde de tête est ensuite rayonnée à l'angle critique dans le milieu supérieur. Le cas de la *Figure 1.5b* est équivalent avec un mécanisme de rebonds dans le volume inférieur sur l'interface convexe de l'onde de tête générée à l'angle critique et un rayonnement à l'angle critique dans le milieu supérieur.

Les cas des *Figure 1.5c* (gradient négatif de vitesse) et de la *Figure 1.5d* (interface concave) sont équivalents et correspondent à la propagation d'une onde de tête amortie. Dans les deux cas, l'onde de tête générée à l'angle critique ne suit plus le trajet de réfraction critique représenté par le tracé avec des flèches rouges sur la *Figure 1.5c* et la *Figure 1.5d*. Une zone d'ombre dans laquelle aucune onde réfractée de volume ne peut se

propager est induite par le gradient de vitesse négatif suivant la profondeur du milieu inférieur ou la concavité de l'interface et se forme entre l'interface et le trajet de réfraction critique. L'onde de tête se propage alors dans cette zone d'ombre en suivant l'interface. Cerveny précise que la propagation de l'onde de tête dans une zone d'ombre induit une forte atténuation de son amplitude. Cependant l'onde de tête ainsi atténuée rayonne dans le milieu supérieur sans qu'il soit précisé si ce rayonnement se fait à l'angle critique.

Quatre critères sont donnés afin de déterminer si l'approche ART présentée dans l'ouvrage peut être étendue du cas d'une interface plane en milieu isotrope vers un cas plus complexe. Ces conditions concernent la nature de l'onde incidente donnant lieu à l'onde de tête, la géométrie de l'interface et le profil de vitesse du milieu de propagation :

- L'interface sur laquelle l'onde de tête est générée doit présenter des variations topologiques du premier ordre, c'est-à-dire que l'interface ne doit pas présenter d'irrégularités susceptibles de générer des phénomènes de diffraction lorsque l'onde de tête se propage.
- L'onde incidente arrivant sur l'interface doit être une onde ne présentant pas d'interférence avec une autre onde.
- L'onde de tête se propageant le long de l'interface ne doit pas interférer avec une autre onde.
- Le trajet de l'onde correspondant à une réfraction à l'angle critique sur l'interface doit suivre cette interface.

Les ondes de tête respectant ces conditions sont appelées ondes de tête pures, et il est possible d'appliquer sur ces dernières la théorie décrite dans l'ouvrage de Cerveny.

Les différents cas évoqués en *Figure 1.5* ont été analysés par Cerveny à la lumière des conditions évoquées ci-dessus. La propagation de l'onde de tête sur la *Figure 1.5a* et sur la *Figure 1.5b* est due à un mécanisme de rebond en volume donnant lieu à un phénomène d'interférence incompatible avec la troisième condition, qui interdit toute interférence avec l'onde de tête. Les cas des *Figure 1.5c* et de la *Figure 1.5d* sont incompatibles avec la quatrième condition, à savoir que le rayon correspondant à l'onde de tête et celui de la réfraction critique doivent être confondus, car dans le cas de ces deux figures, le rayon correspondant à une réfraction à l'angle critique (tracé avec des flèches rouge) n'est plus parallèle à l'interface. Dans tous ces cas, le modèle d'onde de tête sur une interface plane ne peut plus être appliqué.

Cerveny montre ainsi l'effet de l'interface sur le mécanisme de propagation de l'onde de tête. L'irrégularité de l'interface peut induire une propagation dans le volume, et l'apparition de zone d'ombre provoque un effet d'atténuation de l'amplitude de l'onde. Cependant, comme précisé dans l'ouvrage et indiqué sur la *Figure 1.5*, l'onde de tête, atténuée ou non, correspond à la vision classique valable sur géométrie plane d'une génération de l'onde en un point de la surface correspondant localement à l'incidence critique  $\theta^*$ . Cependant le type d'interface irrégulière qui nous intéresse (interface plane présentant une irrégularité surfacique, comme l'affouillement qui sera présenté en section 1.2.1) n'étant pas explicitement étudiée par Cerveny, nous présentons ci-après une étude spécifique de l'onde de tête sur des géométries cylindriques correspondant au cas des *Figure 1.5d* (interface convexe) et *Figure 1.5d* (interface concave).

### 1.1.2. Cas d'une interface faiblement courbe (convexe ou concave)

I. Lerche [17] propose une modélisation analytique décrivant les effets d'une interface cylindrique faiblement courbe sur le signal de l'onde de tête dans un milieu 2D fluide stratifié. L'auteur utilise un modèle de décomposition en spectre d'ondes planes de la pression reçue au point d'observation [18] permettant d'obtenir l'amplitude de l'onde de tête se propageant sur la surface courbe par rapport à celle d'une onde de tête se propageant sur une surface plane de longueur équivalente. L'application de ce modèle au cas d'une surface convexe (respectivement concave) indique que l'onde de tête a une amplitude plus faible (respectivement grande) que dans le cas plan.

De la même façon, ce modèle exprime le temps de vol de l'onde de tête sur une surface courbe en fonction du temps de vol de l'onde de tête sur une surface plane de longueur équivalente. Les résultats obtenus montrent, dans le cas d'une interface concave, que le temps de vol de l'onde de tête augmente par rapport au cas d'une interface plane. L'auteur en conclut que l'onde de tête suit l'interface et voit donc son temps de vol allongé du fait de la concavité de l'interface. Dans le cas d'une interface convexe, le temps de vol de l'onde de tête est plus faible que celui d'une onde de tête qui se propagerait sur une surface plane. L'interprétation de ce résultat par l'auteur est que l'onde de tête se propage sur une distance plus courte que la longueur de l'interface, c'est-à-dire qu'il y a une propagation dans le volume.

En résumé, cette étude indique que la courbure de l'interface aurait un impact sur l'amplitude de l'onde de tête et qu'elle peut induire une propagation non plus surfacique mais volumique. Cependant les expressions (31) et (32) de l'article [17], qui donnent l'amplitude et le temps de vol de l'onde de tête sur une interface faiblement courbe, présentent un problème d'homogénéité et ne permettent pas de justifier les conclusions formulées par l'auteur et décrites dans le paragraphe précédent. En essayant de les redémontrer, nous n'avons pas pu retrouver les expressions douteuses ni les conclusions.

L'étude décrite dans cette section ainsi que celle de la section précédente porte sur des surfaces à géométrie non plane (surfaces cylindriques) dans le domaine géophysique, et permet de mettre en valeur l'influence essentielle de la géométrie de la surface sur les caractéristiques du signal de l'onde de tête. Cependant, comme indiqué dans l'introduction du manuscrit, notre étude porte sur des géométries irrégulières, c'est-à-dire comportant des irrégularités locales non planes, telle que la géométrie d'affouillement qui sera décrite dans la partie 1.2 de ce chapitre. Les études de cette section et de la section précédente concernent des géométries qui ne sont pas irrégulières mais analytiques, courbes avec un rayon de courbure invariant spatialement. Ces études ne sont donc pas suffisantes pour déterminer une approche de modélisation prévoyant les effets sur l'onde de tête d'irrégularités locales présentes sur des interfaces complexes. Nous présentons donc dans le paragraphe suivant des travaux concernant des surfaces dont la géométrie est irrégulière.

### 1.1.3. Étude numérique des ondes de tête sur des surfaces irrégulières

Zhou Hong et Chen Xiao-Fei [19] proposent en géophysique une étude de simulation numérique des ondes de tête dans des milieux stratifiés comportant des interfaces internes irrégulières. Les interfaces étudiées sont des interfaces planes comportant des irrégularités géométriques sous forme de pente ou de vallée (*Figure 1.7*), et correspondant donc aux interfaces sur lesquelles nous souhaitons modéliser la propagation des ondes de tête.

Pour effectuer la simulation de la propagation des ondes, les chercheurs utilisent une méthode numérique appelée SEMO (Legendre Spectral Element Method with Overlapped Elements), qui est dérivée de la méthode numérique spectrale s'appuyant sur une résolution par éléments finis spectraux utilisée classiquement en géophysique (la SEM, Spectral Element Method) [20]. La méthode SEMO, en utilisant un chevauchement des éléments finis, autorise un maillage du milieu s'approchant au mieux d'interfaces très irrégulières, et donc une simulation de la propagation des ondes plus précise que la méthode SEM. Les auteurs s'intéressent à la propagation d'ondes de type SH dans un fond marin constitué de deux strates : l'interface entre les deux strates est irrégulière et indiquée sur la *Figure 1.6*. L'interface entre l'océan et le fond marin n'est pas représentée ici. L'onde SH est émise par une source linéique  $S$  dans la strate supérieure près de l'interface entre les deux strates. Les fronts des ondes présentes dans les deux strates du fond marin à différentes étapes de la propagation, ainsi que l'amplitude de l'onde de tête en fin de propagation sont donnés en *Figure 1.6* pour des configurations incluant des irrégularités de type vallée.

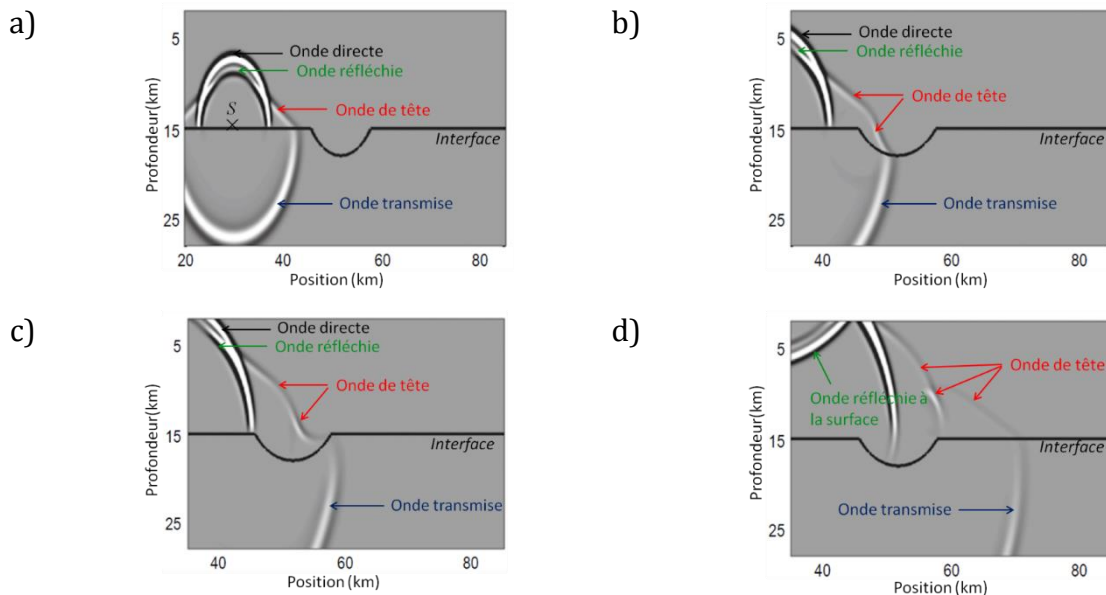


Figure 1.6 : Instantanés du champ SH issu d'une source  $S$  obtenus par simulation numérique avec la méthode SEMO au voisinage d'une interface de type vallée (reproduite de [19]).

L'onde incidente émise par la source linéique  $S$  (onde directe en noir dans la *Figure 1.6*) interagit avec l'interface irrégulière séparant les deux strates (*Figure 1.6a*). Cette

interaction donne lieu à une onde réfléchie (en vert) et une onde transmise (en bleu) qui se propagent ensuite dans le fond marin (*Figure 1.6b* et *Figure 1.6c*). D'autre part, l'onde incidente se réfléchit sur l'interface (située au-dessus de l'extrémité haute des figures) séparant le fond marin stratifié de l'océan pour créer le front en vert sur la *Figure 1.6d*. Enfin, l'onde transmise (en bleu) interagit avec l'interface entre les deux strates pour former un front d'onde de tête (en rouge) sur la *Figure 1.6a* : cette interaction s'effectue tout d'abord à l'angle critique le long de la partie plane de l'interface et le front de l'onde de tête induit par cette interaction est plan. Au cours de la propagation, le front de l'onde transmise rencontre l'irrégularité de l'interface et l'interaction avec cette dernière ne se fait plus à l'angle critique : par conséquent, la forme du front de l'onde de tête se courbe au passage sur cette irrégularité, comme on peut l'observer *Figure 1.6b* et *Figure 1.6c*. Enfin, une fois l'irrégularité de l'interface franchie, au passage sur la seconde partie plane de l'interface, l'onde transmise se trouve de nouveau à l'incidence critique par rapport à celle-ci et rayonne un front d'onde de tête de nouveau plan, donnant lieu à la forme complexe observée de l'onde de tête sur la *Figure 1.6d*, constituée du rayonnement de l'onde transmise sur les parties planes de l'interface ainsi que sur l'irrégularité.

Afin de mieux comprendre les mécanismes donnant lieu à la propagation des ondes de tête dans le cas d'interfaces irrégulières, les auteurs comparent le temps de vol de l'onde de tête obtenu par simulations à celui calculé analytiquement en émettant différentes hypothèses sur la propagation de l'onde de tête autour des irrégularités. Ces hypothèses sont illustrées sur la *Figure 1.7*, et la comparaison des temps de vol mesurés et analytiques est effectuée sur la *Figure 1.8*.

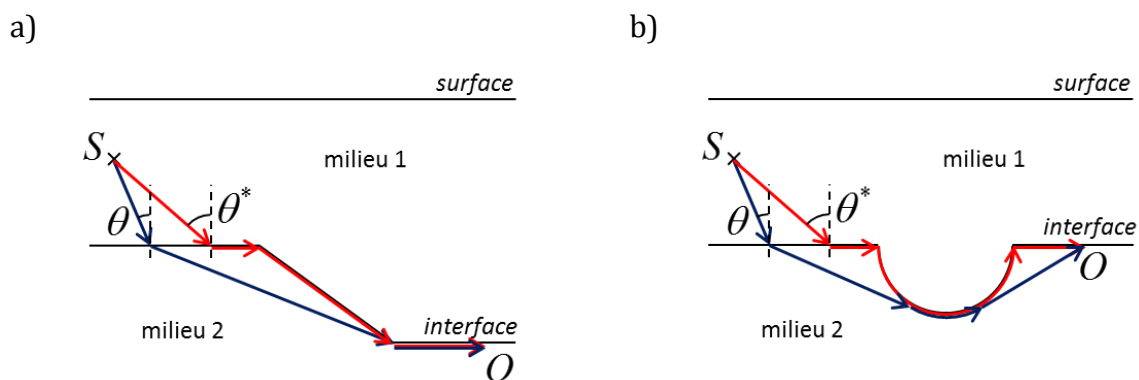


Figure 1.7 : Trajets possibles pour plusieurs configurations de l'étude.  
a) Configuration d'une pente descendante. b) Configuration d'une vallée.

Les hypothèses de propagation correspondant aux deux configurations de la *Figure 1.7* consistent à supposer que l'onde de tête en présence d'interfaces irrégulières peut se propager pour partie en surface et pour partie dans le volume de la pièce. Sous cette supposition, le trajet de l'onde de tête est alors représenté par les trajets bleus de la *Figure 1.7* et non pas par les trajets rouges qui correspondent à une propagation uniquement surfacique. Cette hypothèse est fondée sur le principe que le trajet de l'onde de tête est celui (bleu en l'occurrence) qui minimise le temps de vol.



Contrairement au cas d'une propagation surfacique où la réfraction donnant lieu à l'onde de tête se fait à l'angle critique  $\theta^*$ , la réfraction à l'origine de la génération de l'onde de tête (trajets bleus de la Figure 1.7) se fait à un angle non critique  $\theta$  avec  $\theta < \theta^*$ . Sur la Figure 1.7a, l'onde de tête se propage dans le volume pour atteindre le bas de la pente descendante de l'interface avant de suivre l'interface. Dans le cas de la Figure 1.7b, l'onde de tête se propage dans le volume, puis suit la partie courbe de l'interface avant de se propager de nouveau dans le volume.

Les temps de vol théoriques obtenus pour une onde de tête suivant les parcours bleus de la Figure 1.7 sont calculés pour les interfaces comprenant une pente descendante et une vallée puis comparés en Figure 1.8 avec les temps de vol obtenus par simulation numérique FEMO.

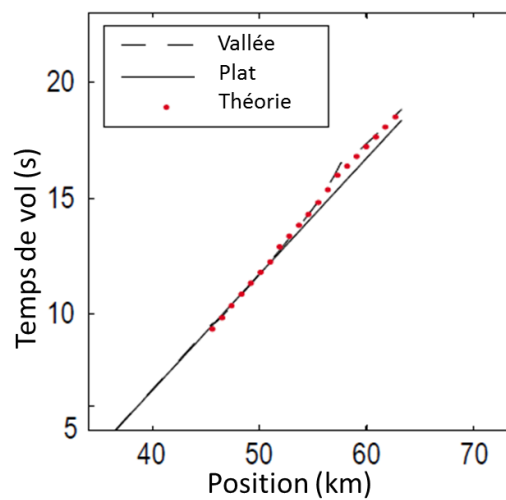


Figure 1.8 : Comparaison des temps de vol des ondes de tête en réception simulés par FEMO (trait pointillés) et théoriques (point rouge) pour la configuration vallée (reproduite de [19]).

Les résultats de la Figure 1.8 montrent que l'hypothèse de propagation formulée précédemment donne des temps de vol théoriques de l'onde de tête qui correspondent à ceux obtenus par différences finies pour les deux configurations étudiées. En conséquence, deux caractéristiques sur la propagation des ondes de tête sont obtenues à la suite de cette comparaison :

- le trajet de l'onde de tête est celui minimisant le temps de vol.
- les ondes de tête se propageant au voisinage d'une interface irrégulière sont induites par deux mécanismes de propagation : un mécanisme de transmission dans le volume du milieu inférieur, et un mécanisme de surface plus classique de réfraction critique le long de l'interface.

En conclusion, cette étude confirme que les irrégularités de l'interface modifient l'amplitude et le temps de vol de l'onde de tête, et en précise les mécanismes de propagation : contrairement au cas d'une interface plane où l'onde de tête est considérée comme un phénomène purement surfacique, la présence d'irrégularités sur une interface fortement chahutée modifie les mécanismes de l'onde de tête en autorisant une

propagation dans le volume du milieu. Plusieurs trajets doivent donc être considérés pour modéliser correctement l'onde de tête se propageant sur une telle surface.

#### *1.1.4. Conclusion sur l'état de l'art des ondes de tête sur des interfaces non planes en géophysique*

A l'issue de cette recherche bibliographique préliminaire, plusieurs observations quant aux caractéristiques de la propagation des ondes de tête sur des interfaces non planes ont été obtenues en géophysique et constituent la base de la démarche qui sera mise en œuvre dans la suite du chapitre afin de définir une approche de modélisation des ondes de tête en Contrôle Non Destructif. En effet, les modèles d'onde de tête pour interfaces planes ne sont plus valides sur des géométries complexes. Dans le cas de surfaces de géométries cylindriques, des modèles existent et montrent que la géométrie de l'interface a une influence sur les caractéristiques de l'onde de tête : son amplitude, sa dépendance fréquentielle et son temps de vol. Ces effets sont confirmés sur des géométries impliquant des irrégularités locales de l'interface s'approchant de celles de notre étude.

Concernant les mécanismes de propagation de l'onde, on constate dans le cas d'une interface irrégulière que l'onde de tête correspondant à l'onde de première arrivée n'est plus interprétable par un phénomène uniquement surfacique, mais implique une propagation dans le volume de la pièce. Enfin, la minimisation du temps de vol de l'onde de tête constitue un critère pour la détermination de son trajet.

Nous allons donc compléter cette analyse en étudiant les caractéristiques de l'onde de tête à l'aide d'observations expérimentales en inspection TOFD sur des géométries complexes (sujet de notre étude) et les confronter aux conclusions précédentes des études effectuées en géophysique afin de confirmer l'hypothèse émise sur la propagation de l'onde de tête sur une interface irrégulière.

## **1.2. CARACTÉRISATION EXPÉRIMENTALE DU SIGNAL DE L'ONDE DE TÊTE**

Dans cette section, après avoir défini la géométrie d'étude sur laquelle se focalisent nos travaux, nous présenterons les résultats obtenus lors de l'acquisition expérimentale en TOFD des signaux d'onde de tête sur cette géométrie. Nous conclurons alors sur les différences observées entre les ondes de tête sur interface plane et sur les interfaces complexes.

### 1.2.1. Configurations d'étude

Comme nous l'avons indiqué dans l'introduction générale du manuscrit, la modélisation des ondes de tête sur les affouillements est le sujet de nos travaux. La pièce utilisée pour la caractérisation expérimentale dans cette section est donnée *Figure 1.9*.

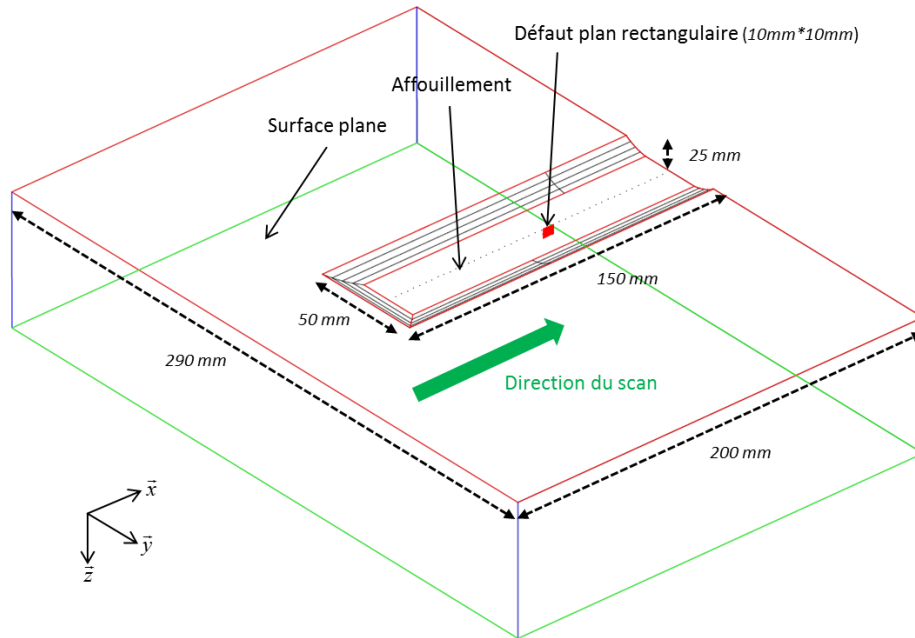


Figure 1.9 : Profil 3D AutoCad de la pièce inspectée, montrant les deux parties de la surface inspectée et la direction de déplacement des capteurs lors de l'inspection TOFD.

La pièce présentée en *Figure 1.9* possède plusieurs défauts plans débouchant sur la surface d'entrée. Cette surface présente deux parties : la première partie est plane tandis que la seconde est un affouillement.

### 1.2.2. Résultats de l'acquisition expérimentale

Le contrôle TOFD est effectué au contact avec deux transducteurs plans (non focalisés) circulaires de diamètre 6.25mm émettant en ondes L une impulsion ultrasonore de fréquence centrale 5MHz. Un sabot de plexiglas assure l'adaptation d'impédance entre les capteurs et la pièce. La géométrie du sabot est conçue pour qu'une onde L soit émise et réfractée dans la pièce à une incidence de  $60^\circ$  par rapport à la normale locale à la surface d'entrée de la pièce (onde dite  $L_{60^\circ}$ ). Les deux capteurs balayent la surface de la pièce en passant de la partie de la surface sans affouillement à la partie de la surface avec affouillement comme le montre la coupe de dessus de la pièce de la *Figure 1.10a*. Le B-scan acquis (ensemble des signaux échographiques reçus pour chaque position  $x$  des capteurs) est donné sur la *Figure 1.10b*.

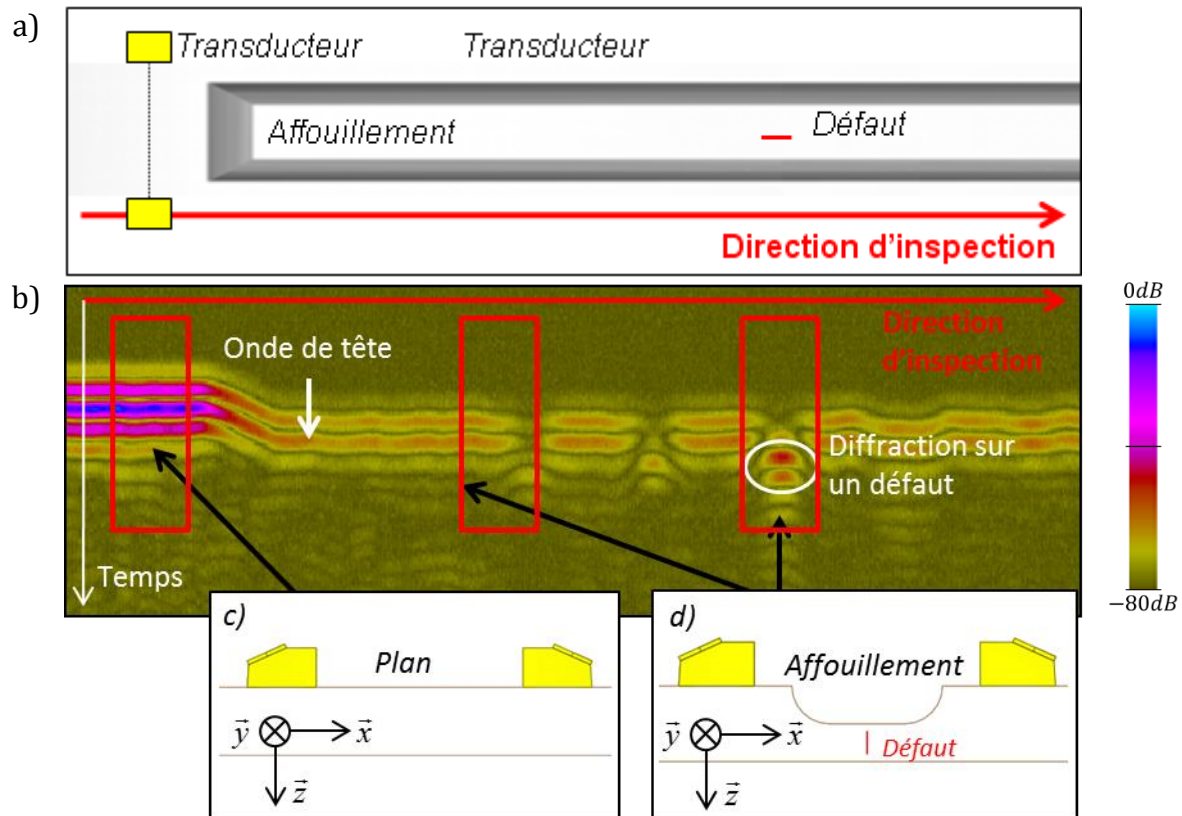


Figure 1.10 : Résultats expérimentaux du signal de l'onde de tête sur un affouillement.

- a) Vue du dessus de l'inspection et de la pièce.
- b) B-scan expérimental du signal de l'onde de tête.
- c) Section de la partie plane de la surface d'entrée.
- d) Section de la partie affouillement de la surface d'entrée.

On observe dans le B-scan de la Figure 1.10b les signaux de deux des ondes se propageant dans la pièce et décrites sur la Figure 1.3 : celui de l'onde de tête, et celui de la diffraction sur le bord bas du défaut débouchant sur la surface d'entrée de la pièce. Ce B-scan montre ainsi la modification du signal de l'onde de tête au passage de la propagation de l'onde sur une surface plane sans irrégularité à celle sur une surface irrégulière. Bien que la forme du signal (phase et bande passante du signal) reste inchangée, le temps de vol de l'onde augmente mais ne correspond plus à celui d'une propagation le long de la surface d'entrée : il est inférieur à celui que l'on obtiendrait dans le cas d'une propagation surfacique. Ce résultat laisse présager une propagation de l'onde de tête dans le volume de la pièce. De plus, l'amplitude du signal chute fortement de l'ordre de -20dB. Cette atténuation ne peut être expliquée uniquement par la divergence de l'onde provoquée par la longueur de son trajet. En effet, l'allongement du trajet est de l'ordre du cm en présence de l'affouillement et induirait une atténuation de l'onde de tête de l'ordre de -3dB. Par ailleurs, l'un des défauts présent dans la pièce est situé sur le passage des capteurs TOFD (Figure 1.10a) : on observe par conséquent le signal de diffraction du bord bas de ce défaut sur le B-scan (Figure 1.10b).

Nous avons vu dans cette section que les effets observés sur le signal de l'onde de tête dans les inspections sismiques en géophysique se retrouvent dans les inspections TOFD en Contrôle Non Destructif lorsque la pièce inspectée présente des irrégularités de

surface. Les résultats de l'acquisition expérimentale sont en accord avec les conclusions de l'étude [19] de la section 1.1.3 traitant d'une surface comportant une vallée : l'irrégularité de l'interface a un effet sur l'onde de tête caractérisé par une atténuation importante de son signal ainsi qu'un temps de vol laissant penser à une propagation dans le volume.

Dans la section suivante, nous allons étudier le champ ultrasonore dans la pièce à l'aide de simulations numériques pour expliciter les mécanismes de propagation responsables des effets observés sur les signaux de l'onde de tête.

### 1.3. ANALYSE DE LA PROPAGATION DES ONDES DE TÊTE PAR ÉLÉMENTS FINIS SUR DES SURFACES COMPLEXES

Dans cette section, nous utilisons le logiciel de simulation numérique, CIVA/Athena, permettant de simuler des instantanés du champ ultrasonore, et nous simulons une inspection TOFD sur des pièces disposant de différentes irrégularités de surface. En étudiant les instantanés du champ, nous souhaitons comprendre quels sont les mécanismes de propagation de l'onde de tête observée sur les géométries irrégulières.

#### 1.3.1. Principe de la simulation numérique

Le logiciel utilisé pour effectuer les simulations numériques est CIVA/Athena. Il s'agit d'un logiciel à usage industriel développé par le CEA/LIST exploitant un modèle hybride pour calculer le champ se propageant dans les échantillons inspectés [21]. Ce modèle hybride est constitué de l'association de la méthode des pinceaux [22] de CIVA, et du noyau de simulation par élément finis Athena développé par EDF, et permet d'obtenir la simulation du contrôle d'une pièce comprenant des défauts complexes.

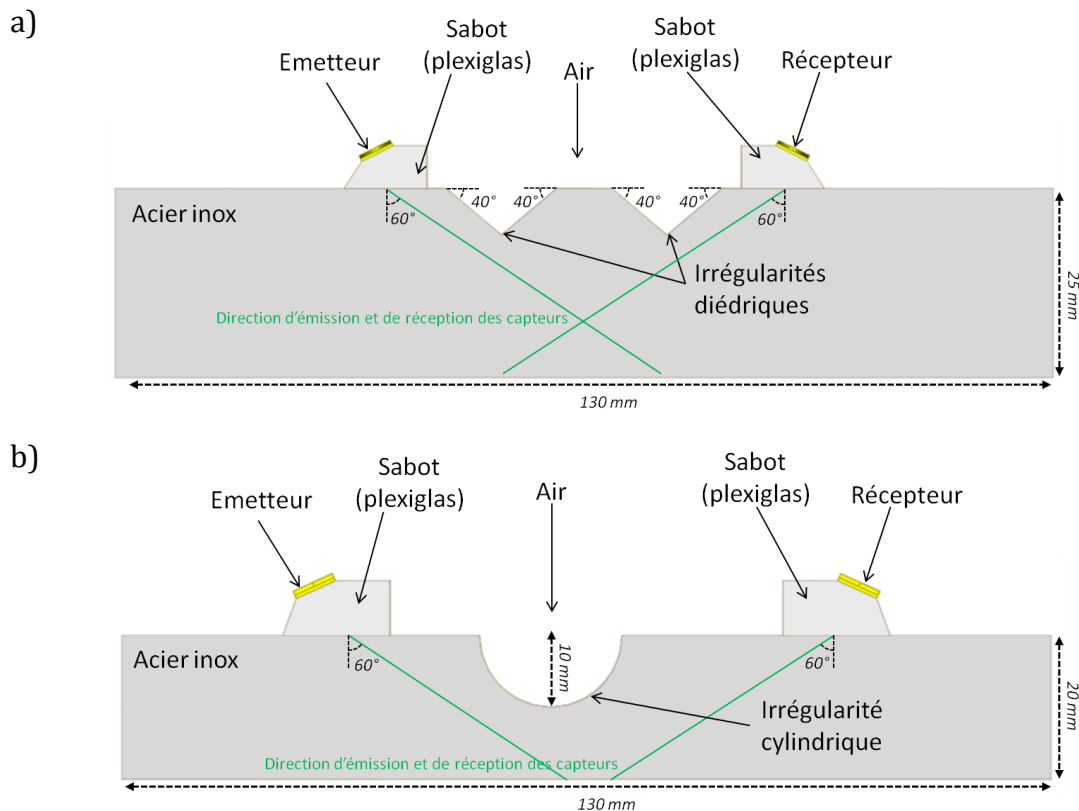
Le principe de ce modèle hybride est le suivant : après que l'utilisateur a défini une boîte de calcul numérique englobant les défauts, le champs émis et reçus sur la frontière de la boîte sont calculés avec la méthode des pinceaux [22] : la méthode des pinceaux est une méthode équivalente à la théorie des rayons à l'ordre 0 de Cervený [3], laquelle constitue la théorie de l'Acoustique Géométrique. Le champ ultrasonore à l'intérieur de la boîte est quant à lui simulé par éléments finis à l'aide du noyau de calcul Athena. Le code Athena utilise des conditions aux frontières absorbantes, à l'aide de conditions appelées PML (« Perfectly Matched Layers ») [15], afin d'éviter toutes réflexions parasites au sein de la boîte. Enfin les champs émis et reçus sur la frontière de la boîte sont couplés au champ à l'intérieur de la boîte par le principe de réciprocité de Auld [23].

Ce modèle a été validé dans de nombreuses configurations de contrôle. Pour cette raison, il a été choisi comme logiciel de référence pour la compréhension des phénomènes

de propagation de l'onde, ainsi que pour les validations théoriques des modèles développés dans le cadre de cette thèse qui seront présentées dans le dernier chapitre.

### 1.3.2. Géométries étudiées et configurations d'inspections

Afin d'obtenir une interprétation simple de la propagation des ondes de têtes sur les interfaces irrégulières, nous avons choisi d'inspecter deux pièces représentées en *Figure 1.11* constituées d'acier inoxydable ( $V_L = 5650 m.s^{-1}$ ,  $V_T = 3060 m.s^{-1}$ ) présentant deux types d'irrégularités surfaciques. La surface d'entrée de la pièce de la *Figure 1.11a* possède une irrégularité formée par l'association de deux dièdres de pente  $40^\circ$ . La surface d'entrée de la pièce de la *Figure 1.11b* dispose quant à elle d'une irrégularité cylindrique de rayon 10mm.



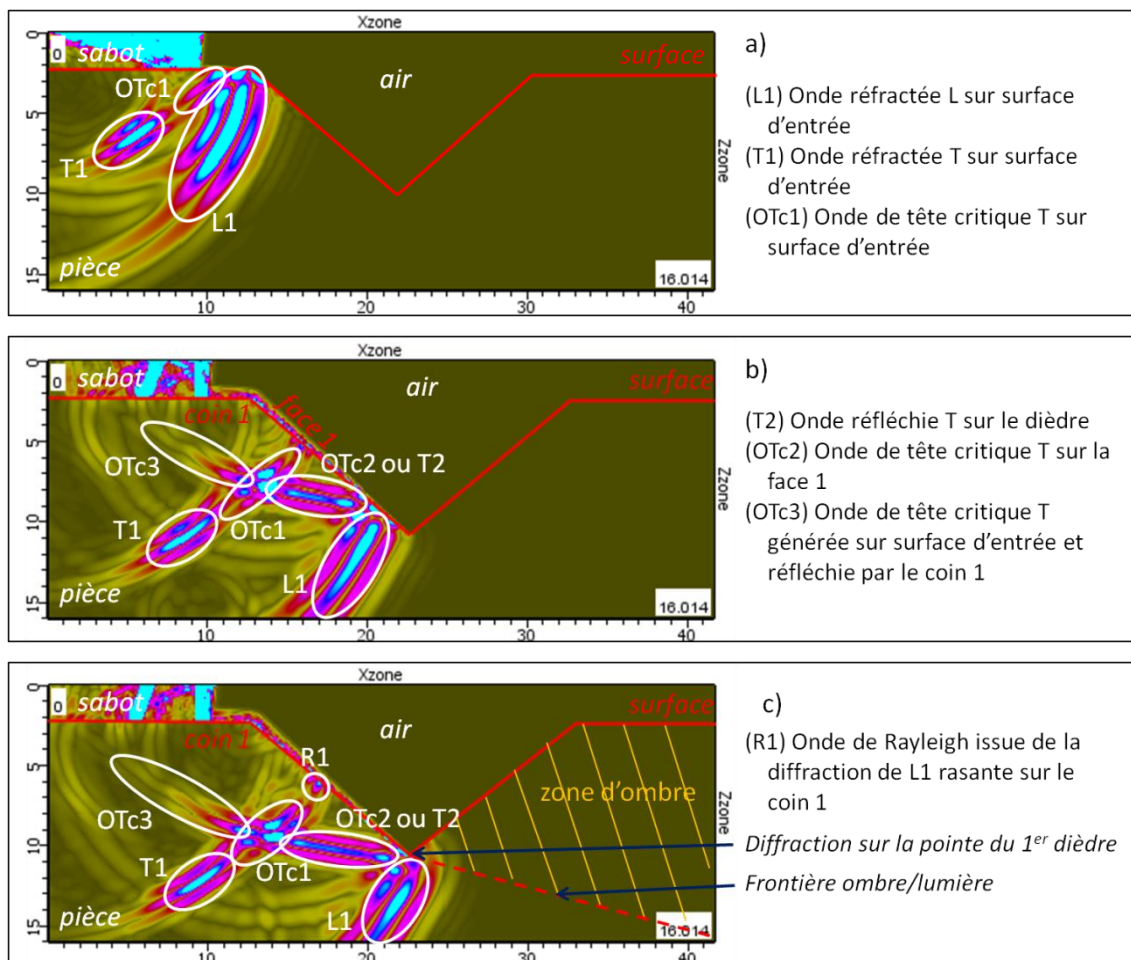
*Figure 1.11 : Configurations d'étude pour les simulations CIVA/Athena.*  
a) Pièce d'acier inoxydable avec une surface présentant deux irrégularités diédriques.  
b) Pièce d'acier inoxydable avec une surface présentant une irrégularité cylindrique.

A l'aide du logiciel CIVA/Athena, nous simulons un contrôle non destructif de type inspection TOFD au contact. Les capteurs utilisés sont des capteurs rectangulaires (6.25mm\*6.25mm) plans (non focalisés) émettant une onde L60 sous forme d'un pulse ultrasonore de 5MHz. Ces capteurs sont placés de part et d'autre des irrégularités de la

surface d'entrée (Figure 1.11) et l'adaptation d'impédance se fait à l'aide de sabots en plexiglas ( $V_L = 2680m.s^{-1}$ ,  $V_T = 1320m.s^{-1}$ ). La propagation du champ ultrasonore dans la pièce est simulée jusqu'à la détection du signal de l'onde de tête sur le capteur récepteur.

### 1.3.3. Étude des instantanés des champs simulés sur la géométrie à dièdres

Les instantanés du champ de propagation en ondes L et T dans la configuration disposant d'irrégularités de forme diédrique, à plusieurs instants de la propagation des ondes ultrasonores dans la pièce, et correspondant aux paramètres d'inspection décrits dans le paragraphe précédent sont présentés par ordre chronologique sur la Figure 1.12. Ces instantanés font apparaître un grand nombre de fronts d'ondes se propageant dans la pièce et dont l'interprétation est complexe : nous nous limiterons ici à l'étude des fronts des ondes longitudinales, ainsi qu'à certains fronts des ondes de tête T, présents dans la pièce, afin d'interpréter les phénomènes de propagation à l'origine de l'onde de tête reçue sur le capteur récepteur.





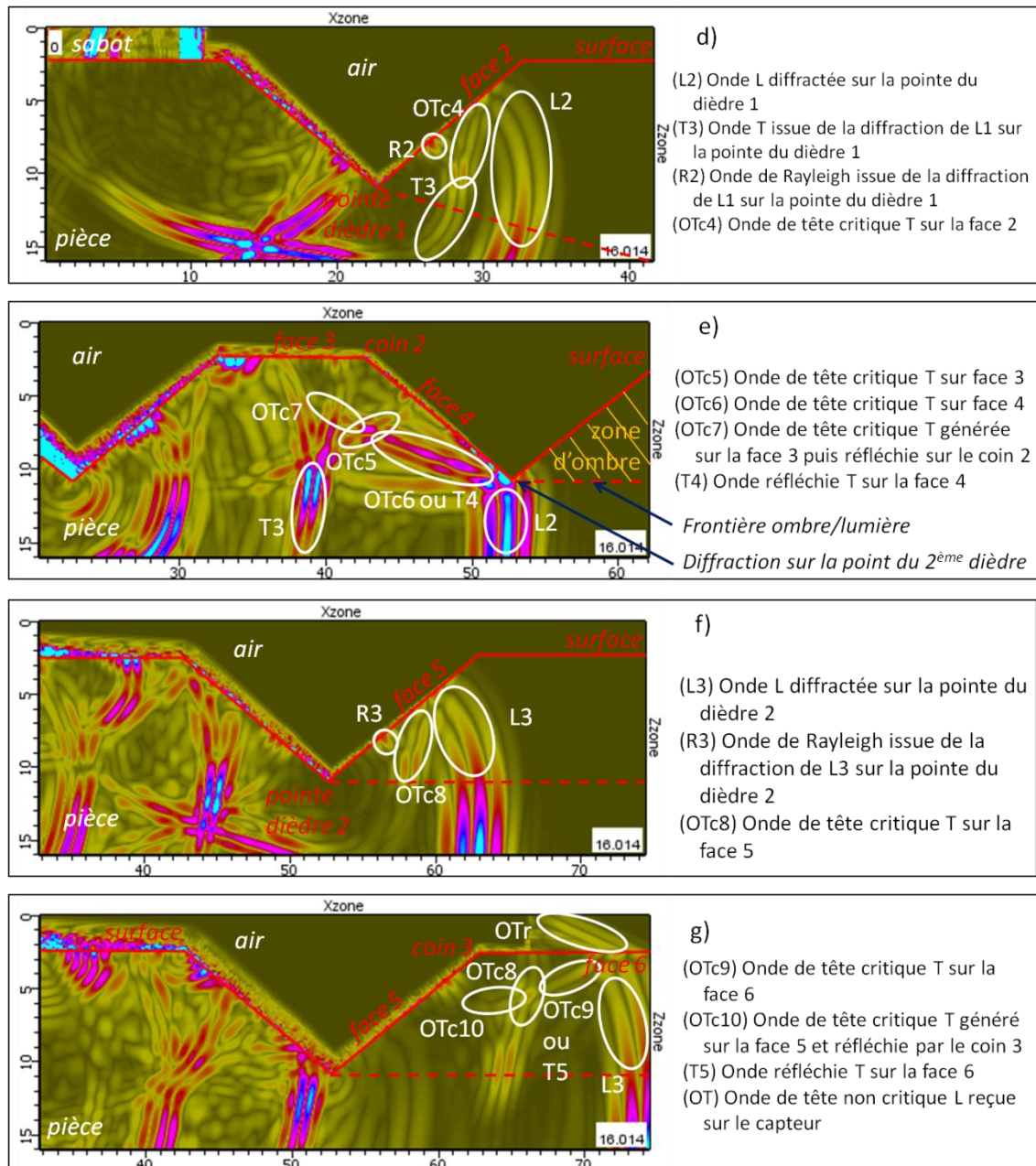


Figure 1.12 : Instantanés du champ pour une surface avec deux irrégularités sous forme de dièdre présentés dans l'ordre chronologique de a vers g.

(Le gain de l'image est augmenté de 15 dB pour les figures e, f et g. Graduations en mm.)

L'instantané de la Figure 1.12a montre que l'onde longitudinale émise dans le sabot s'est réfractée dans la pièce sous la forme d'une onde longitudinale (front L1) et d'une onde transversale (front T1). Le front L1 ainsi constitué interagit avec la surface de la pièce, qui est représentée par une ligne rouge, et forme un front d'onde de tête T (front OTc1) par réflexion critique avec conversion de mode de l'onde L rasante en onde T sur la surface d'entrée. Le parcours des rayons générant le front OTc1 est donné sur la Figure 1.13a.



Sur la *Figure 1.12b*, on voit que la propagation du front L1 au voisinage du coin 1 (indiqué en rouge) engendre plusieurs fronts dont les parcours associés sont donnés sur la *Figure 1.13*.

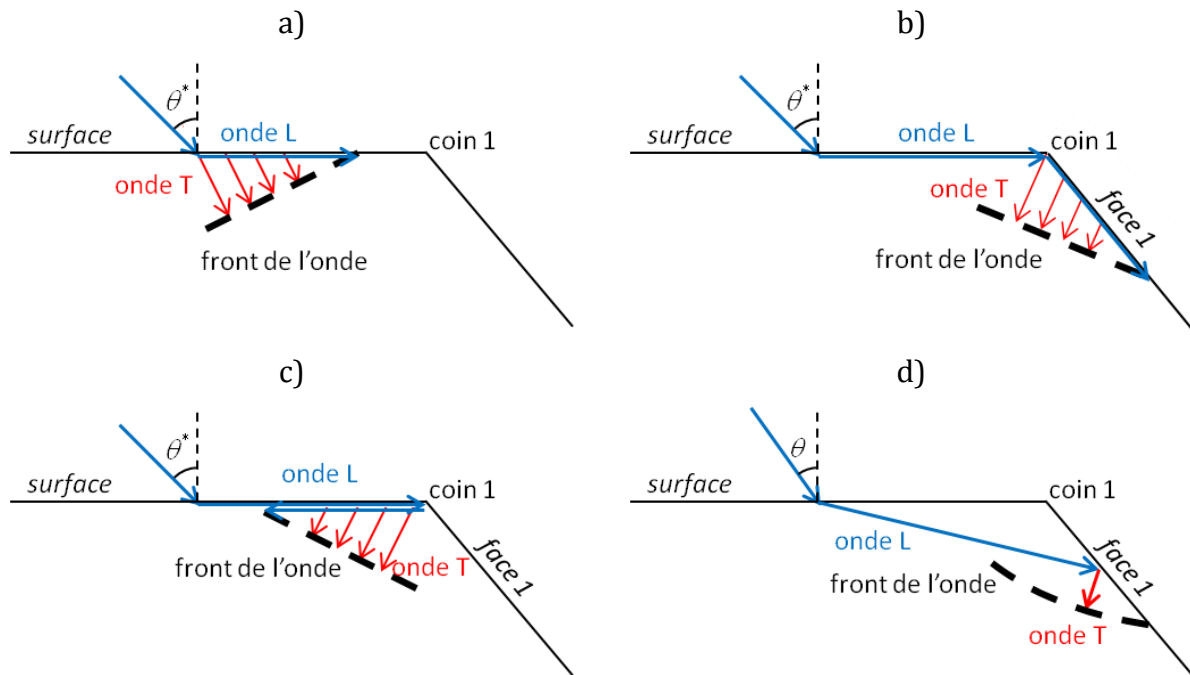


Figure 1.13 : Trajets des ondes T observées sur la Figure 1.12b.

- a) Onde de tête critique T, front OTc1. b) Onde de tête critique T, front OTc2.  
c) Onde de tête critique T, front OTc3. d) Onde réfléchie T, front T2.

La réfraction à l'angle critique de l'onde L incidente sur la surface d'entrée forme le front L1 au voisinage de la surface d'entrée correspondant à une onde rasante, comme le montre le parcours de l'onde L dans les *Figure 1.13a*, *Figure 1.13b* et *Figure 1.13c*. La diffraction de cette onde sur le coin 1 forme deux autres ondes rasantes L :

- La première onde rasante se propage le long de la face 1 du dièdre, puis est réfléchie à l'angle critique avec conversion de mode en une onde T formant le front d'onde de tête T OTc2 (*Figure 1.12b*).
- La seconde onde rasante se propage sur la surface d'entrée en direction de la source, puis est réfléchie à l'angle critique avec conversion de mode en une onde T formant le front d'onde de tête T OTc3 (*Figure 1.12c*).

Ces deux fronts d'onde de tête interagissent avec le front OTc1 (*Figure 1.13a*) déjà discuté pour l'instantané donné en *Figure 1.12a* et forme un ensemble de fronts caractéristiques de la diffraction sur un coin d'une onde incidente critique sur une des faces du coin [24] et qui est celui observé sur la *Figure 1.12b*. Une seconde interprétation de la propagation du front OTc2 peut cependant être effectuée, en considérant la réflexion non critique du front L1 en une onde T volumique classique (front T2) sur la face 1 du 1<sup>er</sup> dièdre (*Figure 1.13d*). Cependant les fronts OTc2 et T2 sont spatialement proches au point de ne pouvoir déterminer à ce stade lequel des deux phénomènes, à savoir la réflexion avec conversion de mode L vers T ou la réflexion à l'angle critique de l'onde L rasante en

une onde de tête T sur la face 1 du 1<sup>er</sup> dièdre, est prépondérant. Nous reviendrons sur ce point ultérieurement dans l'étude de la *Figure 1.12g*.

Sur la *Figure 1.12c*, le champ de l'onde longitudinale réfractée (front L1) est représenté à un instant très particulier de la propagation : en effet, on observe que ce champ est diffracté par la pointe du 1<sup>er</sup> dièdre. Une frontière ombre/lumière, représentée par une ligne rouge pointillée sur la *Figure 1.12c*, et qui dépend de la surface et de la position de l'émetteur définit la zone d'ombre formée par l'interface, et dans laquelle aucun rayon de l'AG et de l'EG (rayons réfléchis et réfractés depuis la source) ne peut se propager. On observe par ailleurs qu'une onde de Rayleigh (front R1) générée par diffraction de l'onde rasante L1 sur le coin 1 (montré en *Figure 1.12b*) se propage le long de la face 1.

La diffraction du front L1 sur la pointe du 1<sup>er</sup> dièdre a pour conséquence l'apparition d'un front d'onde longitudinale diffractée (front L2), d'un front d'onde transversale diffractée (front T3) ainsi que d'une onde de Rayleigh (front R2) qui se propagent tous dans la zone d'ombre, comme le montre la *Figure 1.12d*. La propagation du front L2 a aussi pour conséquence la génération par réflexion à l'angle critique sur la face 2 d'un front d'onde de tête T (front OTc4).

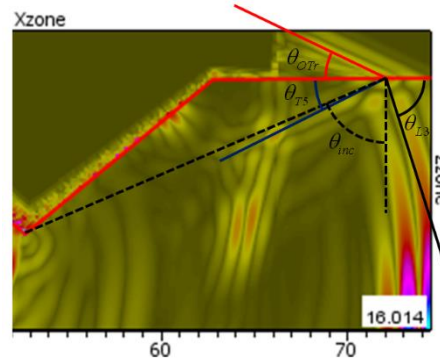
La *Figure 1.12e* montre un ensemble de diffractions sur un coin similaire au cas de la *Figure 1.12b*. En effet la diffraction du front L2 sur le coin 2 indiqué sur la *Figure 1.12e* engendre un nouvel ensemble de diffractions formé par les trois fronts d'onde de tête réfléchis à l'angle critique OTc5, OTc6 et OTc7. Le front OTc5 est l'équivalent du front OTc1, ce qui est aussi le cas pour OTc6 et OTc2 d'une part, OTc7 et OTc3 d'autre part. Cet instantané du champ montre de plus une nouvelle diffraction du front L2 sur la pointe du 2<sup>ème</sup> dièdre. Comme pour OTc2, OTc6 peut aussi être interprété comme un front T4, c'est-à-dire la réflexion du front L2 sur le dièdre. Enfin de la même façon que sur la *Figure 1.12b*, une nouvelle frontière ombre/lumière se forme à partir de cette pointe et donc une nouvelle zone d'ombre apparaît dans la pièce.

À l'instar du phénomène de diffraction décrit pour la *Figure 1.12d*, cette seconde diffraction sur une pointe forme dans l'ombre du 2<sup>ème</sup> dièdre un front d'onde longitudinale diffractée (front L3), une onde de tête réfléchie à l'angle critique sur la face 5 (front OTc8) ainsi qu'une onde de Rayleigh guidée par la face 5 (front R3) qui sont présentés en *Figure 1.12f*.

Finalement, on observe sur la *Figure 1.12g* que ce nouveau front d'onde diffracté L3 atteint la surface d'entrée de la pièce au niveau de la face 6, située à l'aplomb du récepteur, et se propage après réfraction à la surface d'entrée dans le sabot du capteur récepteur, constituant ainsi la première onde atteignant le capteur récepteur (front OTr): ce front est donc celui de l'onde de tête reçue par le capteur récepteur. On notera en outre la présence d'une nouvelle figure de diffraction composée de trois ondes de tête T (OTc8, OTc9 et OTc10) générée par la diffraction du front L3 sur le coin 3, de la même façon que dans les *Figure 1.12b* et *Figure 1.12e*. De la même façon que pour OTc2 et OTc6, le front OTc9 peut être interprété comme le front T5 qui est la réflexion du front L3 sur la face 6. On remarque en effet que le front d'onde diffracté L3 n'est pas orthogonal à la surface sur la *Figure 1.12g* : ceci indique que l'onde L diffractée L3 n'arrive pas avec une incidence rasante sur le sabot car la direction de propagation d'une onde est orthogonale à son front.

Ce constat nous amène à émettre l'hypothèse que les fronts OTr et OTc9 sont principalement des ondes de tête générées non pas à une incidence critique, mais à une incidence non critique et donc issues d'un phénomène respectivement de réfraction non critique (pour le front OTr) et de réflexion avec conversion de mode L vers T (pour le front OTc9).

Nous allons approfondir cette hypothèse par l'analyse angulaire des fronts L3, OTr et T5 issus de la *Figure 1.12g*. Cette analyse angulaire est représentée sur la *Figure 1.14*, et ses résultats sont donnés dans le *Tableau 1.1*.



*Figure 1.14* : Analyse angulaire des fronts L3, OTr et T5 de la *Figure 1.12g* : représentation des angles des fronts étudiés sur l'instantané du champ.

Front	Angle critique	Angle non-critique	Angle mesuré
L3	90°	67°	71°
OTr	28.32°	26°	23°
T5	32.79°	30°	27°

*Tableau 1.1* : Résultats de l'analyse angulaire (*Figure 1.14*) : comparaison entre les angles théoriques résultant d'une incidence critique ou d'une incidence non-critique ( $\theta_{inc} = 67^\circ$ ) de L3, et les angles mesurés sur l'instantané du champ.

Sur la *Figure 1.14a* sont représentés les angles que forment avec la face 6 de la pièce (représentée sur la *Figure 1.12g*) les fronts OTr, T5 et le front L3 au voisinage de cette face 6 dans l'instantané du champ de la *Figure 1.12g*. Les angles mesurés sur l'instantané du champ sont reportés dans le *Tableau 1.1*. Ils sont comparés aux angles théoriques que formeraient les fronts OTr, T5 et L3 suivant deux hypothèses : 1) si L3 est à l'incidence critique (90°) et 2) si l'onde L3 est émise depuis le coin du dièdre par diffraction (soit une incidence  $\theta_{inc} = 67^\circ$ ). Il apparaît (*Tableau 1.1*) que les angles mesurés sont inférieurs aux angles d'incidence critique et sont plus proches des angles pour une incidence  $\theta_{inc} = 67^\circ$ , renforçant l'hypothèse d'une génération non critique des fronts OTr et T5. Il faut noter que cette analyse angulaire est délicate vu la faible différence entre l'angle du front L3 au niveau de la surface (71°) et l'angle de 90° correspondant à un phénomène critique.

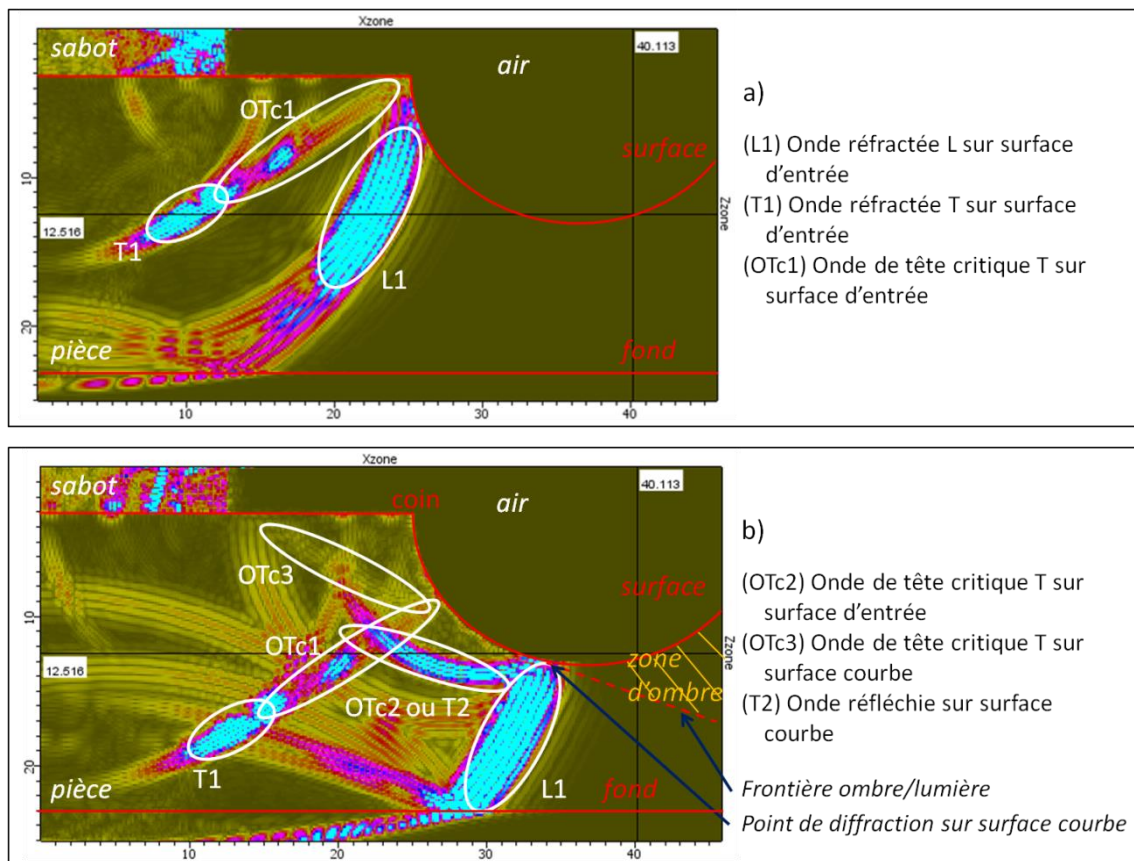
Pour le front OTc9 ou T5, outre les indications angulaires mesurées sur les instantanés, le *Tableau 1.1* fournit un autre argument qui pèse en faveur d'une contribution

majoritairement liée à T5 : pour un angle  $L71^\circ$  pour L3, le coefficient de réflexion avec conversion L->T est quasiment à son maximum (coefficient en énergie de 0,9 pour la réflexion en T).

Les hypothèses énoncées ici sur la nature des ondes prédominantes au niveau du capteur récepteur seront justifiées dans le chapitre 2 par l'emploi d'un modèle de tracé de rayons.

#### 1.3.4. Instantanés des champs simulés sur la géométrie cylindrique

De la même façon que dans le paragraphe précédent, les instantanés du champ ultrasonore à plusieurs instants de la propagation sont donnés en *Figure 1.15* pour la configuration disposant d'une irrégularité cylindrique.



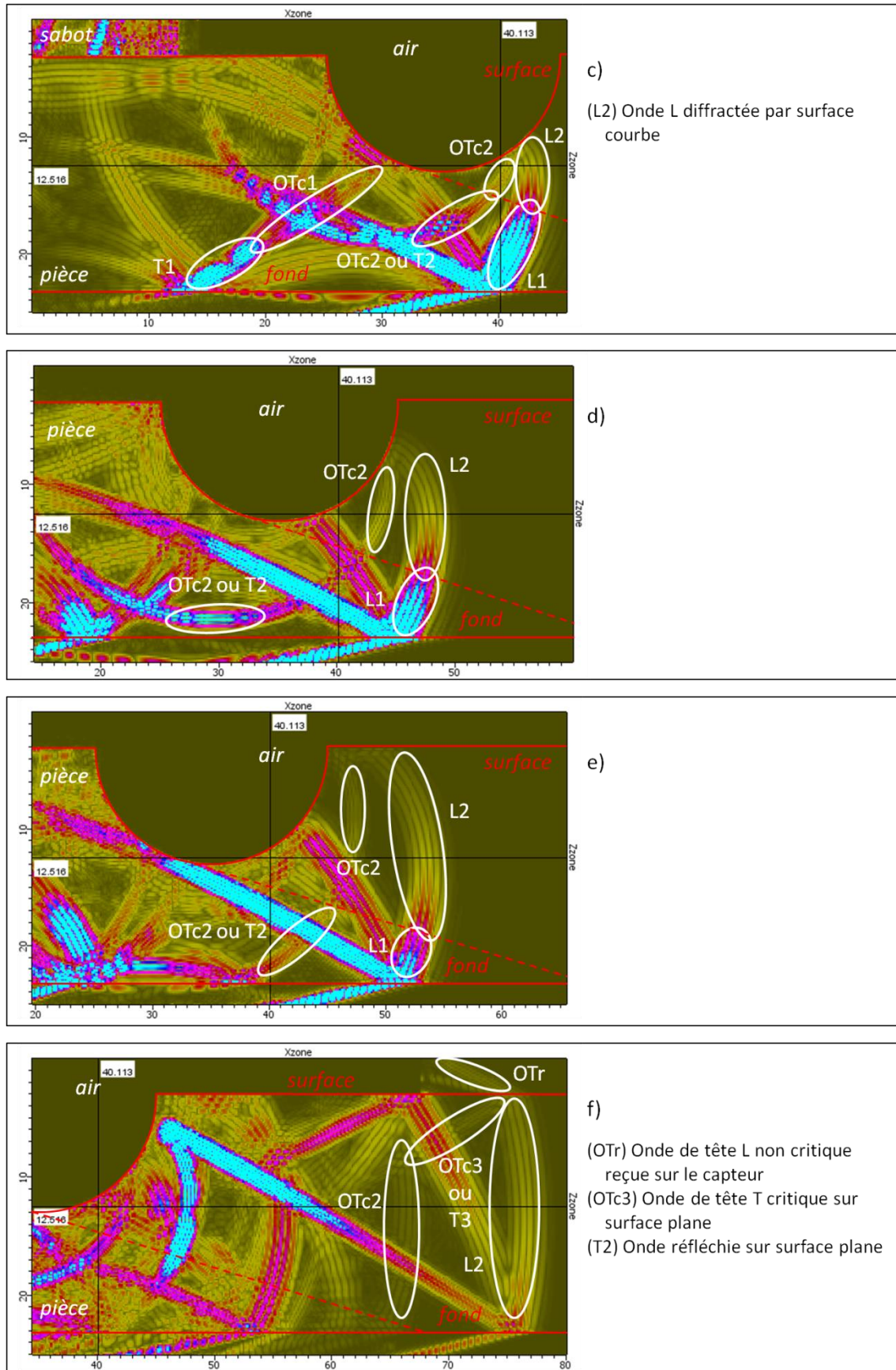


Figure 1.15 : Instantanés du champ pour une surface avec une irrégularité de surface cylindrique sous forme de dièdre présentés dans l'ordre chronologique de a vers f.



La *Figure 1.15a* montre une propagation du champ ultrasonore dans la pièce similaire à celui observé sur la *Figure 1.12a*, avec la formation d'un champ d'onde L réfractée (front L1), un champ d'onde T réfractée (front L2), et un front d'onde de tête T généré à l'angle critique (front OTc1) dont la propagation est identique à celle donnée sur la *Figure 1.13a*. Les instantanés font apparaître des fronts d'ondes réfléchies ou transmises au fond de la pièce qui ne sont pas détaillés ici.

On retrouve l'ensemble de fronts caractéristique d'une diffraction sur un coin sur la *Figure 1.15b*, à savoir la présence des fronts OTc1, OTc2 et OTc3. De manière similaire aux propagations données dans les *Figure 1.13b* et *Figure 1.13c*, les fronts OTc2 et OTc3 sont générés par la réflexion à l'angle critique des ondes rasantes L diffractées sur le coin formé par la surface d'entrée et la surface courbe. On remarquera par ailleurs, dans le cas du front OTc2 que la réflexion critique se fait donc non plus sur une surface plane, mais sur une surface courbe, donnant la courbure importante du front OTc2 constaté sur la *Figure 1.18b*. Il est ici possible d'interpréter une nouvelle fois le front OTc2 comme le front issu de la réflexion non critique de l'onde incidente L sur la surface courbe, bien qu'il ne soit pas possible de séparer les deux phénomènes, comme déjà vu dans le cas de la géométrie à dièdres. Par ailleurs, une zone d'ombre se forme au niveau de la surface courbe : la frontière ombre/lumière associée à cette zone d'ombre est indiquée sur la *Figure 1.15b*.

L'onde réfractée L (front L1) est diffractée par cette surface courbe dans la zone d'ombre pour former le front de l'onde L réfractée L2, dont on peut observer la propagation dans l'ombre dans les *Figure 1.15c*, *Figure 1.15d* et *Figure 1.15e*. On peut observer dans ces trois figures la création d'un front d'onde de tête T dans l'ombre au cours de la propagation du front L2. Ce front est dans la continuité du front OTc2 de la *Figure 1.15b*. Du fait de la position de ce nouveau front dans la zone d'ombre, dans laquelle aucune onde de l'AG ou de l'EG ne peut se propager, il est clair que ce front ne peut être issu que de la réflexion à l'angle critique de l'onde diffractée L (front L2) en une onde de tête T sur la partie courbe de la surface. Cette analyse est confirmée par le fait que le front L2 se retrouve être à son intersection avec la surface courbe normale à celle-ci, suggérant l'existence d'une propagation d'onde L le long de la surface.

D'autre part, un effet notable de la courbure de la surface est la courbure du front diffracté L2 dans la zone d'ombre, que l'on constate au cours de sa propagation dans les *Figure 1.15d* et *Figure 1.15e*, et qui est plus importante que la courbure du front de l'onde L1 hors de la zone d'ombre.

D'une manière similaire à la *Figure 1.12g*, l'onde diffractée par la courbure de l'interface est responsable sur la *Figure 1.15f* de la création de deux fronts d'onde de tête, OTr et OTc3. Cependant OTc3 peut être interprété comme étant le front T3, résultat de la réflexion avec conversion de mode en onde T non critique de l'onde incidente L sur la surface plane. Le front OTr correspond à l'onde L émise dans le sabot et constitue l'onde de tête de première arrivée reçue sur le capteur récepteur. Au regard de la non orthogonalité du front L2 sur la surface au niveau du sabot, nous émettons ici la même hypothèse que dans le cas de la surface avec irrégularités diédriques : les fronts T3 et OTr sont issus d'une réflexion (pour T3) et d'une réfraction (pour OTr) non critiques sur la surface plane séparant la pièce du sabot.

### ***1.3.5. Conclusion sur l'étude des instantanés du champ quant aux mécanismes de propagation***

A l'issue de l'étude des instantanés du champ, nous pouvons constater que les mécanismes de propagation de l'onde de tête dans le cas d'une interface irrégulière diffèrent du cas d'une interface plane. En effet, le champ de l'onde de tête de première arrivée reçu en réception n'est plus seulement le résultat d'une réfraction à l'angle critique sur l'interface de la pièce, mais résulte aussi d'une succession de diffractions dans le volume du champ réfracté sur les irrégularités de l'interface, les ondes diffractées se propageant dans l'ombre formée par l'interface. Dans le cas d'une surface très chahutée, nous supposons que ce phénomène de propagation dans le volume est celui responsable du signal de l'onde de tête (de première arrivée) reçue sur le capteur, car les ondes de tête critiques atteignent le sabot avec un temps de vol différent de l'onde de tête de première arrivée et seront fortement atténuées. Nous nous appuyerons sur cette hypothèse pour effectuer une modélisation complète de l'onde de tête sur géométrie irrégulière en inspection TOFD dans les chapitres 3 et 4, et nous chercherons à la justifier par l'emploi d'un algorithme de tracé de rayon au cours du chapitre 2.

Cette hypothèse confirme et explique les résultats obtenus lors des études de l'onde de tête sur surfaces irrégulières effectuées en géophysique dans les sections 1.1.1, 1.1.2 et 1.1.3 : le mécanisme de propagation en volume de l'onde de tête relevé par les auteurs est l'ensemble des diffractions dans le volume de l'onde réfractée sur les irrégularités de l'interface. La modélisation de ces effets de diffraction est donc essentielle pour le calcul du signal de l'onde de tête. Nous allons maintenant montrer comment modéliser ce mécanisme de propagation, et ainsi présenter l'approche de modélisation que nous avons retenue.

## **1.4. MÉTHODOLOGIE DE CALCUL SOUS FORME DE RAYONS DE LA PROPAGATION DE L'ONDE DE TÊTE**

Comme indiqué dans l'introduction générale, nous souhaitons utiliser une méthode semi-analytique de type théorie de rayons pour modéliser la propagation de l'onde de tête. Après avoir rappelé les caractéristiques principales des théories de rayons, nous nous concentrerons sur les apports de l'une de ces théories, la Théorie Géométrique de la Diffraction. Nous verrons ensuite en quoi cette théorie peut prévoir les phénomènes de diffraction que nous avons observés, et nous proposerons une approche globale de modélisation tirant partie des avantages des théories de rayons en général, et de la GTD en particulier.

### 1.4.1. Présentation de la théorie des rayons

Les théories de rayons ont été développées initialement dans le domaine de l'optique afin de répondre au problème de la propagation des ondes d'une manière simple et conforme à une observation physique courante : la lumière se propage sous forme de rayons. Cette théorie est appelée l'Optique Géométrique (OG). Dans le cadre de cette théorie, à l'ordre 0 [3], le champ émis par une source monochromatique  $S$  de pulsation  $\omega$  et exprimé au point d'observation  $O(\vec{r})$  se propage le long du rayon  $SO(\vec{r})$ , représenté sur la *Figure 1.16*.

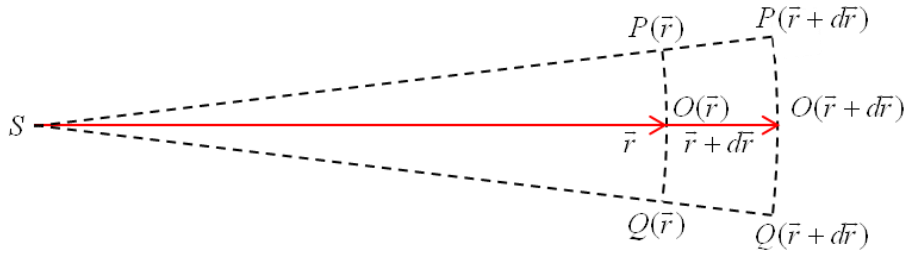


Figure 1.16 : Schéma d'un rayon  $SO(\vec{r})$  émis par une source  $S$ .

En théorie des rayons, le rayon  $SO(\vec{r})$  de la *Figure 1.16* représentant le champ émis par la source  $S$  présente deux caractéristiques :

- Ce champ peut être vu localement comme une onde plane pondérée par un facteur d'amplitude. Le champ de l'onde prend donc la forme suivante :  $A(\vec{r})\exp(-i\omega(t-T(\vec{r})))$  où  $T(\vec{r})$  est une fonction de phase d'expression  $T(\vec{r}) = c(O(\vec{r}))/\|\vec{r}\|$  avec  $c(O(\vec{r}))$  la vitesse de propagation de l'onde au point  $O(\vec{r})$  et  $\vec{r}$  la longueur du rayon.
- Le rayon  $SO(\vec{r})$  forme un tube de rayons (représenté en 2D par  $SP(\vec{r})Q(\vec{r})$ ) dont les dimensions géométriques dépendent de la nature de l'onde et de la source. L'énergie contenue dans le tube de rayons se conserve au cours de la propagation de l'onde : pour respecter cette condition, le facteur d'amplitude  $A(\vec{r})$  assure la conservation du flux de puissance au travers de la surface  $P(\vec{r})Q(\vec{r})$  du tube de rayons. Si l'on considère le rayon  $SO(\vec{r})$  et le rayon  $SO(\vec{r}+d\vec{r})$  correspondant au champ de l'onde respectivement aux points d'observations  $O(\vec{r})$  et  $O(\vec{r}+d\vec{r})$ , le flux de puissance au travers de  $P(\vec{r})Q(\vec{r})$  et de  $P(\vec{r}+d\vec{r})Q(\vec{r}+d\vec{r})$  est constant, donc pour une propagation en 2D  $[A(\vec{r}+d\vec{r})/A(\vec{r})]^2 = \vec{r}/\vec{r}+d\vec{r}$ . Cette expression permet de déduire l'évolution de l'amplitude associée au tube de rayons le long de sa propagation.

Un autre principe essentiel aux théories des rayons est le principe de localisation, que nous présentons pour le cas d'une onde plane réfléchi sur une surface et observée au point  $O$ . Cet exemple est présenté sur la *Figure 1.17*.



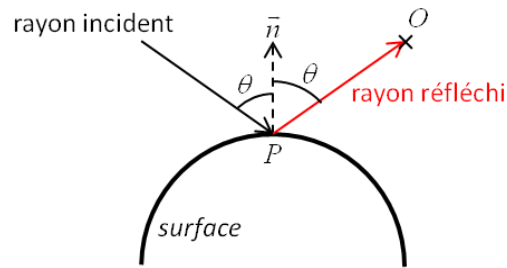


Figure 1.17 : Réflexion spéculaire d'un rayon incident en rayon réfléchi selon la théorie des rayons.

Le rayon incident de l'onde plane, représenté en noir sur la *Figure 1.17*, se réfléchit en un point  $P$  de la surface à l'angle d'incidence  $\theta$ . Ce point  $P$  est alors vu comme une source secondaire générant un rayon réfléchi en rouge se propageant au même angle  $\theta$  jusqu'au point d'observation  $O$ . Dans le cadre d'une théorie de rayons, le phénomène responsable du champ spéculaire réfléchi par une surface en un point d'observation est donc localisé dans une zone restreinte de la surface réfléchissante et qui correspond au point de réflexion  $P$  de l'onde sur la surface : ce phénomène est le principe de localisation de la théorie des rayons [25]. Ceci n'est plus vrai si le point d'observation se situe au voisinage ou sur une caustique, pour lequel l'Optique Géométrique n'est plus valide.

Le principe de localisation de l'Optique Géométrique constitue un avantage certain dans la modélisation de la propagation d'une onde : le champ spéculaire porté par un rayon réfléchi n'étant dépendant que d'un point de la surface canonique responsable de ce champ, la modélisation de ce dernier ne nécessite pas l'étude de toute la surface. Si la surface est complexe, il est alors possible de la remplacer localement par une surface de géométrie canonique, dont le traitement analytique est possible.

Appliqué précédemment au cas de la réflexion sur une surface, le principe de localisation peut être généralisé pour décrire la propagation d'une onde dans un milieu complexe. En effet, ce principe simplifie un problème complexe de propagation en un ensemble de phénomènes simples : la propagation d'une onde est ainsi la résultante d'une succession de rayons, que nous appellerons parcours de l'onde, qui constitue une succession de réflexions ou de réfractions à des interfaces traitées localement. Le traitement d'un problème de propagation en théorie des rayons se fait donc en trois phases :

- détermination du parcours de l'onde,
- calcul des points sources secondaires sur chaque interface générant chaque rayon du parcours,
- calcul du champ le long de chaque rayon par conservation de l'énergie.

La détermination du parcours de l'onde, qui constitue la première étape de la modélisation, se fait grâce à un critère physique fondamental : le principe de Fermat [25]. Ce principe impose que le parcours de l'onde doit être d'une longueur totale stationnaire, c'est-à-dire qu'il minimise le temps de vol. Dans le cas d'une réflexion d'une onde sur une surface, le parcours de l'onde doit minimiser le temps de vol tout en passant par un point de la surface sur laquelle s'effectue la réflexion.

Soit  $T$  le parcours de l'onde réfléchi sur la surface donné sur la *Figure 1.17*. Pour un cas d'application optique, on définit, dans un milieu de propagation d'indice optique  $n = c/v$  avec  $c$  la vitesse de la lumière dans le vide et  $v$  la vitesse de la lumière dans le milieu de propagation, le chemin optique  $L(T)$  par l'intégrale curviligne sur un élément infinitésimal  $ds$  appartenant au parcours  $T$  :

$$L(T) = \int_T n ds \quad (1.1)$$

Le parcours  $T$  est le parcours de l'onde si et seulement si la variation  $\delta(L(T))$  de  $L(T)$  pour une variation  $\delta \vec{P}(s)$  du point de réflexion  $P$  sur la surface réfléchissante est nul. Soit  $\vec{t}$  la tangente au rayon réfléchi du parcours  $T$  émis au point  $P$ , le parcours  $T$  est donc le parcours de l'onde si :

$$\delta(L(T)) = \int_T n \vec{t} \cdot d(\delta \vec{P}(s)) = 0 \quad (1.2)$$

La théorie de l'Optique Géométrique a été étendue au cas des ondes pour les milieux fluides, donnant la théorie de l'Acoustique Géométrique (AG) [26], et dans les milieux élastiques, donnant la théorie de l'Elastodynamique Géométrique (EG) [27]. La théorie des pinceaux [22] utilisée dans le logiciel CIVA pour la simulation des ondes ultrasonores, est dérivée de l'EG. Cependant l'AG et l'EG présentent des limitations qui sont résumées sur la *Figure 1.18*.

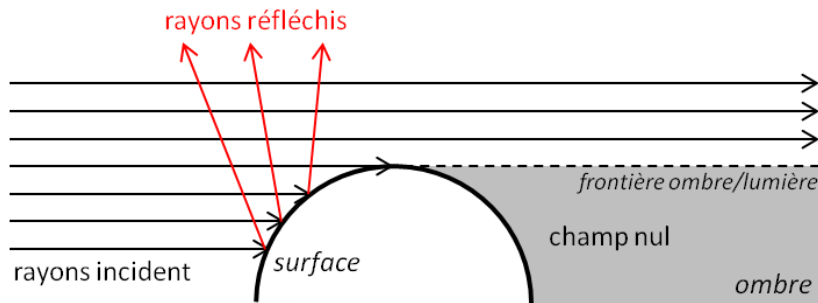


Figure 1.18 : Champ calculé par l'AG pour l'interaction d'une onde plane avec un corps régulier.

Une onde plane incidente (à gauche sur la *Figure 1.18*) rencontre un objet présentant une surface courbe, et l'on souhaite connaître l'expression du champ ultrasonore à droite de l'objet. La géométrie de l'objet induit la création d'une zone d'ombre (représentée en grisé) délimitée par une frontière ombre/lumière. Or l'AG et l'EG prévoient un champ nul dans les zones d'ombre, discontinu sur les frontières d'ombre et ne permet donc pas de calculer les phénomènes de diffraction d'ondes ayant lieu dans une telle zone [25]. En effet, contrairement aux prédictions de l'AG et de l'EG, le champ exact n'est pas nul dans la zone d'ombre et n'est pas discontinu à la frontière ombre/lumière : ces théories ne sont donc pas suffisantes pour notre cas d'étude, car comme nous l'avons vu dans la section

précédente, le mécanisme de propagation de l'onde de tête sur les surfaces irrégulières implique des diffractions dans l'ombre de la pièce.

#### 1.4.2. Les apports de la Théorie Géométrique de la Diffraction (GTD)

La GTD, initialement développée en électromagnétisme par Keller [1] pour des ondes scalaires, puis étendue au cas des ondes élastiques [28], est une généralisation du concept de rayon à toutes les formes de diffractions qui peuvent être induites par un obstacle. En effet des rayons sont diffractés par des arêtes, des pointes ou des corps réguliers ; il s'agit dans ce dernier cas de rayons appelés rampants. Or la GTD prévoit la propagation de rayons diffractés dans des zones d'ombre. Cette prédiction par la GTD est illustrée sur la *Figure 1.19* pour l'interaction entre une onde plane et un corps régulier, déjà étudiée sur la *Figure 1.18* dans le cas de l'AG et de l'EG.

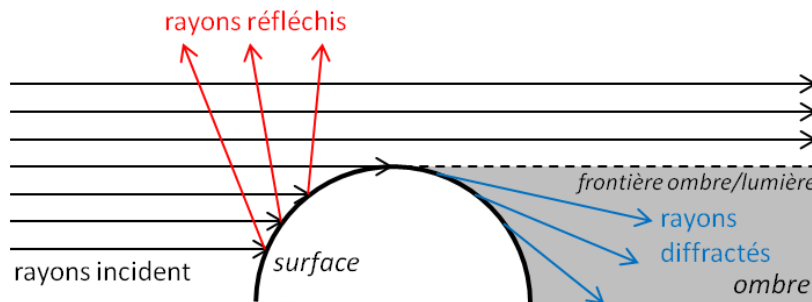


Figure 1.19 : Champ calculé par la Théorie Géométrique de la Diffraction pour le même cas que la Figure 1.18 (diffraction par un corps régulier).

La GTD ajoute la possibilité de calculer le champ dans l'ombre formée par les obstacles, comme on le voit *Figure 1.19*. En comparant avec la *Figure 1.18*, les phénomènes de diffractions ayant lieu dans la zone d'ombre sont donc pris en charge par la GTD.

D'autre part, le principe de Fermat, valable pour les trajets calculés par l'AG et l'OG, devient le principe de Fermat généralisé pour la GTD et s'applique aux trajets des ondes diffractées traitées par cette théorie. Ce principe indique que chaque parcours d'onde suit une trajectoire minimisant le temps de vol en respectant les contraintes dictées par la géométrie de l'obstacle : si l'objet est une arête, le parcours doit passer par un point de celle-ci ; si l'objet est une surface régulière, le parcours doit passer par une géodésique de cette surface. Un rayon incident sur un obstacle peut donc créer, après interaction avec l'obstacle, plusieurs types de rayons diffractés.

Pour illustrer les différents rayons introduits par la GTD, nous allons présenter plusieurs cas traités par cette théorie : tout d'abord la diffraction sur l'arête d'un obstacle, présentée en *Figure 1.20*.

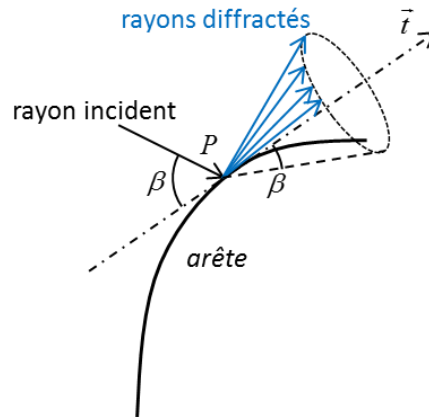


Figure 1.20 : Diffraction d'un rayon incident  $i$  sur une arête sous la forme d'un ensemble de rayons diffractés contenus dans le cône de Keller, d'axe  $\vec{t}$  tangente à l'arête et d'angle d'ouverture  $\beta$ .

Comme montré en Figure 1.20, un rayon se propage jusqu'à l'arête et est diffracté en un ensemble de rayons (représentés en bleu) compris dans un cône appelé cône de Keller [1]. La diffraction se fait donc en un unique point  $P$ , ce qui montre que la GTD respecte le principe de localisation propre aux théories des rayons. D'autre part, l'angle du cône de Keller dépend de l'angle du rayon incident par rapport à l'arête, donné par la loi de Descartes : ces deux angles sont égaux pour des ondes scalaires ou élastiques diffractées sans conversion de mode, mais différent si l'onde diffractée est issue d'une conversion de mode (longitudinal ou transversal).

Un autre exemple est celui de la diffraction par une surface régulière, schématisé en Figure 1.21 :

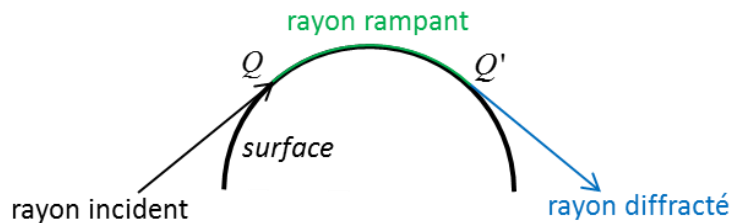


Figure 1.21 : Diffraction sur une surface lisse : attachement du rayon en  $Q$ , propagation sous forme de rayon rampant, détachement en  $Q'$  sous la forme d'un rayon diffracté tangent à la surface

Sur la Figure 1.21, un rayon incident volumique approche une surface tangentiellement à celle-ci et crée un rayon de surface (trajet en vert). Ce rayon rampant se propage le long de la surface de l'objet, puis s'en détache pour diffracter sous la forme d'un rayon diffracté en volume (trajet en bleu).

En guise de conclusion sur les théories de rayons et la GTD, on constate que la GTD présente les avantages d'une théorie des rayons, à savoir une interprétation physique simple du parcours de l'onde et une décomposition d'un problème de propagation

complexe en éléments plus simples à appréhender, tout en présentant la possibilité de calculer la diffraction d'une onde dans l'ombre d'une pièce formée par des irrégularités telles qu'un dièdre ou un corps régulier. La GTD est donc une théorie des rayons bien adaptée à nos besoins en modélisation : nous allons donc l'utiliser afin d'élaborer une méthode de modélisation de la propagation des ondes de tête sur des interfaces irrégulières.

### 1.4.3. Méthode retenue pour modéliser l'onde de tête

L'utilisation d'une théorie de rayons de type GTD permet de développer un modèle semi-analytique de la propagation des ondes de tête sur les géométries irrégulières. En effet, nous avons vu par l'étude du champ élastodynamique au cours d'une inspection TOFD que le mécanisme de propagation de l'onde de tête implique des diffractions dans l'ombre de la pièce sur les irrégularités de sa surface. La GTD prévoit ces effets de diffractions par l'ajout des rayons diffractés à la théorie classique de l'AG ou de l'EG.

Nous avons déjà évoqué dans la section précédente la démarche à adopter pour résoudre un problème de propagation du point de vue d'une théorie de rayons. Nous l'appliquons maintenant à notre problème : l'objectif de la méthode que nous proposons dans cette section est de déterminer le trajet de l'onde de tête lors d'une inspection TOFD sur une pièce avec une surface irrégulière entre un point appartenant au capteur émetteur et un point appartenant au capteur récepteur, puis d'utiliser le trajet obtenu pour calculer le signal de l'onde de tête reçue sur le point du capteur récepteur.

Pour un point d'émission  $P_E$  émettant une onde sphérique monochromatique et un point de réception  $P_R$ , le trajet de l'onde de tête dans une pièce dont la surface d'entrée possède un affouillement est constitué d'un nombre  $n$  de rayons élémentaires  $P_{l-1}P_l$  de longueur  $r_l$  avec  $l = 1, \dots, n$ . Les rayons élémentaires sont connectés un à un par les sources ponctuelles secondaires  $P_l$  appartenant à la surface irrégulière de la pièce inspectée comme le montre la Figure 1.22b pour  $P_0 = P_E$  et  $P_n = P_R$ .

Le champ au point  $P_l$  dépend uniquement du champ de la source secondaire  $P_{l-1}$  selon le principe de localisation décrit dans les sections 1.4.1 et 1.4.2. Ce principe indique que le champ porté par le rayon  $P_{l-1}P_l$  dépend seulement du champ en une zone localisée de l'interface dans laquelle a physiquement lieu l'interaction responsable de la génération du rayon et qui est ici la source secondaire  $P_{l-1}$ . La géométrie « globale » de l'interface n'a donc pas d'incidence sur le rayon et il est possible de remplacer localement cette géométrie par une géométrie canonique sans perte de précision de la modélisation. Par ailleurs plusieurs termes, dépendant de la diffraction ayant créé le rayon  $P_{l-1}P_l$ , la nature de ce rayon et le milieu de propagation, influent sur l'amplitude du champ au point  $P_l$ . Le champ de l'onde au point  $P_l$  s'exprime en effet par la relation suivante :

$$u(P_l) = u(P_{l-1}) D_l A_l \exp(ik_l r_l) \quad (1.3)$$

où :

- $D_l$  est le coefficient de diffraction de la source secondaire  $P_{l-1}$  et dépend explicitement de la nature de la diffraction ainsi que des paramètres de la propagation telles que la fréquence de l'onde émise.
- $A_l$  est le coefficient de divergence du rayon  $P_{l-1}P_l$  ; il représente la divergence géométrique de l'onde issue du principe de conservation de l'énergie et dépend explicitement de la nature de l'onde portée par le rayon.
- un terme de phase associé au rayon  $P_{l-1}P_l$  s'exprime sous la forme  $\exp(ik_l r_l)$  avec  $k_l$  le vecteur de l'onde portée par le rayon  $P_{l-1}P_l$  et dépend explicitement de la longueur  $r_l$  de ce dernier.

On obtient alors l'expression analytique du champ de l'onde au point  $P_n$  en fonction du champ au point  $P_0$  :

$$u(P_n) = u(P_0) \prod_{l=1}^n D_l A_l \exp(ik_l r_l) \quad (1.4)$$

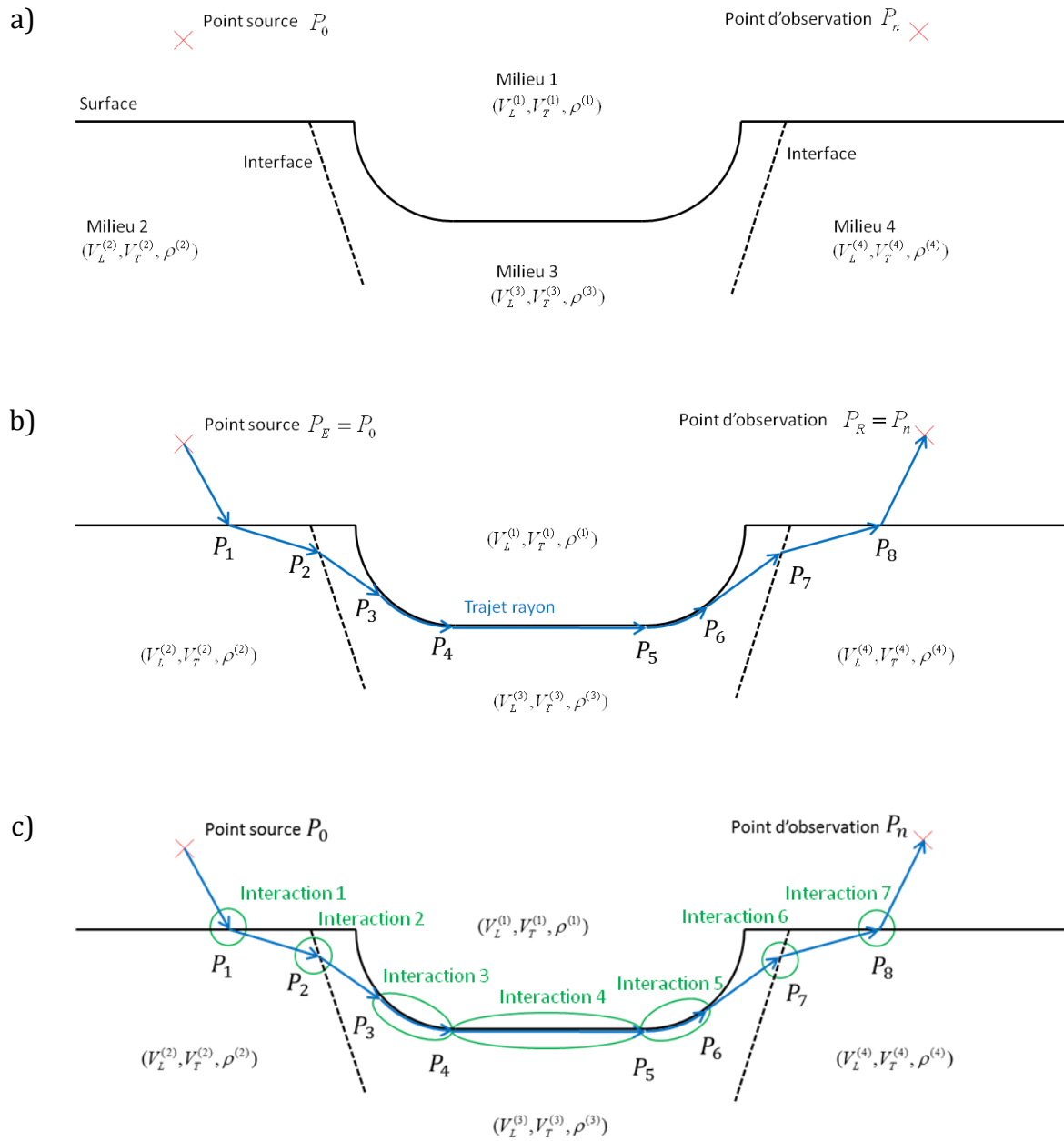
Le calcul du champ en  $P_n$  implique donc la connaissance le long du trajet de l'onde, c'est-à-dire pour chaque rayon  $P_{l-1}P_l$ , du modèle rayon analytique exprimé sous la forme (1.3) à appliquer sur chaque rayon  $P_{l-1}P_l$ . Ces modèles rayon seront issus de l'EG, ou de la GTD en fonction des phénomènes de diffraction à modéliser. On ne calculera pas le champ ultrasonore dans les zones de pénombre avoisinant les frontières ombre/lumière : en effet, la GTD prévoit des champs infinis à ces frontières et des champs invalides dans ces zones de pénombre, ce qui nécessite l'utilisation de corrections de la GTD comme les théories uniformes de la diffraction [25,29]. Dans ces conditions, l'expression (1.4) est valable pour un point source émettant une onde sphérique monochromatique et constitue la réponse fréquentielle du champ de l'onde modélisée.

Suivant cette approche, nous résumons maintenant la méthode de modélisation que nous appliquerons dans la suite du mémoire et permettant de calculer l'onde de tête se propageant sur une interface irrégulière en inspection TOFD, émise par un point situé sur le capteur émetteur  $P_E$  et reçue en un point  $P_R$  situé sur le capteur récepteur. Un schéma de principe de cette méthode est donné en *Figure 1.22*. Quatre milieux de propagation sont présents dans cette configuration : le premier est le milieu couplant dans lequel se situent les points  $P_E$  et  $P_R$ , les trois autres composent la pièce et sont séparés par des interfaces internes. On connaît la vitesse  $V_L^{(i)}$  des ondes L, la vitesse  $V_T^{(i)}$  des ondes T et la densité  $\rho^{(i)}$  pour chaque milieu  $i$  ainsi que la fréquence de l'onde de tête émise. Par ailleurs, la surface d'entrée de la pièce présente un affouillement.

Les étapes du calcul de cette méthode de modélisation sont les suivantes :

- la détermination du parcours correspondant à celui de l'onde de tête entre le point d'émission et de réception (*Figure 1.22b*)
- la détection des interactions sur le parcours donnant lieu à la propagation de l'onde (*Figure 1.22c*)
- l'application de modèles rayon issus de la GTD ou de l'EG sur chaque interaction détectée (*Figure 1.22d*)

- la convolution de la fonction de Green monochromatique ainsi obtenue avec le signal émis en  $P_0$  pour obtenir le signal reçu en  $P_n$ .



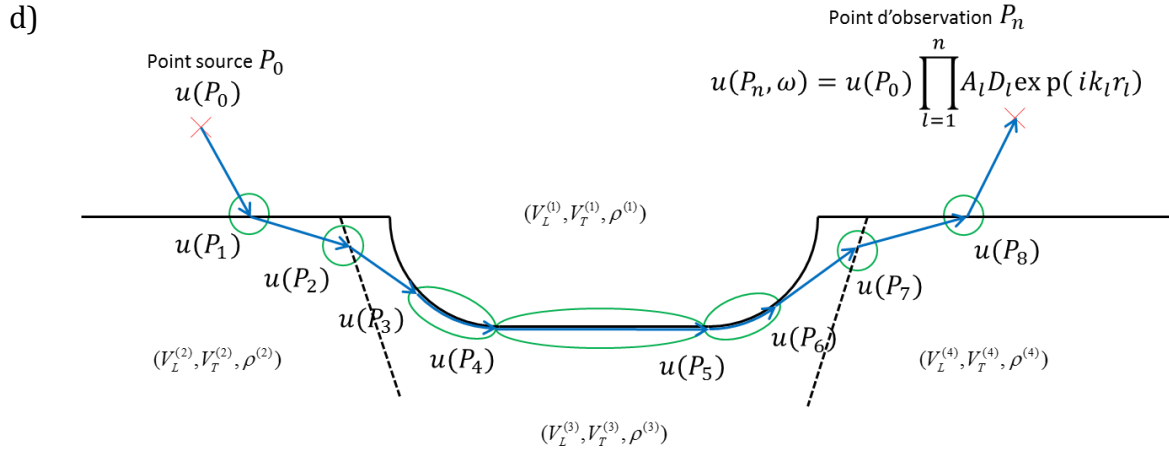


Figure 1.22 : Illustration de la méthodologie de calcul développée pour l'exemple d'un affouillement.

- Description des milieux de propagation et des interfaces de l'inspection.
- Détermination du trajet rayon de l'onde de tête (en bleu).
- Détection des interactions le long du trajet (en vert).
- Application des modèles rayon d'amplitude sur chaque rayon.

Le trajet supposé de l'onde de tête entre  $P_E$  et  $P_R$  dans la configuration de la Figure 1.22a et qui sera calculé au cours de la modélisation est donné sur la Figure 1.22b. Ce trajet est composé de neuf rayons élémentaires issus d'interactions entre l'onde de tête et la surface (Figure 1.22c) :

- Le rayon  $P_E P_1$  représente la propagation de l'onde incidente émise en  $P_E$  jusqu'à la surface d'entrée.
- Le rayon  $P_1 P_2$  représente la propagation de l'onde réfractée (interaction 1) par la surface d'entrée jusqu'à l'interface interne séparant le milieu 2 et le milieu 3.
- Le rayon  $P_2 P_3$  représente la propagation de l'onde réfractée (interaction 2) par l'interface interne sur la partie courbe de l'affouillement.
- Le rayon  $P_3 P_4$  est le rayon rampant lancé sur la première partie courbe de l'affouillement (interaction 3).
- Le rayon  $P_4 P_5$  est un rayon rasant la partie plane de l'affouillement issu de la diffraction (interaction 4) du rayon rampant  $P_3 P_4$ .
- Le rayon  $P_5 P_6$  est le rayon rampant lancé sur la seconde partie courbe de l'affouillement par le rayon rasant précédent (interaction 5).
- Le rayon  $P_6 P_7$  est un rayon de volume issu de la diffraction (interaction 6) sur la partie courbe du rayon rampant  $P_5 P_6$ . Il se propage jusqu'à l'interface interne séparant le milieu 3 et le milieu 4.
- Le rayon  $P_7 P_8$  est un rayon réfracté (interaction 7) par l'interface interne jusqu'à la surface d'entrée de la pièce.
- Enfin le rayon  $P_8 P_R$  est le rayon réfracté par la surface d'entrée et reçu en  $P_R$ .

A partir de la connaissance de ce trajet rayon, la modélisation de la propagation de l'onde s'en trouve considérablement simplifiée. En effet, seule la connaissance de la géométrie locale sur les sources secondaires  $P_{l-1}$  (Figure 1.22c) est nécessaire à l'application de modèles sur les rayons élémentaires. La propagation le long de



l'affouillement de la *Figure 1.22a* se fait ainsi en décomposant le trajet de l'onde en un ensemble de phénomènes de diffraction ou de réfraction sur les points  $P_{i-1}$  par des géométries canoniques constituées de surfaces planes ou cylindriques et à l'application de modèles de diffraction adaptés sur chaque rayon élémentaire  $P_{i-1}P_i$  (*Figure 1.22d*). Il n'est donc plus nécessaire dans ce cas d'appliquer un modèle valide pour l'affouillement dans son ensemble.

#### ***1.4.4. Conclusion sur la méthode proposée de modélisation de l'onde de tête***

La méthode que nous avons présentée dans cette partie présente plusieurs avantages. Premièrement, la méthodologie est générique à condition de disposer d'un tracé de rayons capable de tracer le trajet de l'onde modélisée pour n'importe quel type de surface. Deuxièmement, le calcul de l'amplitude de l'onde utilise des modèles rayon qui sont analytiques. Enfin la discrétisation des différentes interactions donnant lieu à la propagation de l'onde tout au long du trajet nous donne l'opportunité d'analyser chaque mécanisme de propagation de l'onde de tête indépendamment l'un de l'autre.

## **CONCLUSION DU CHAPITRE**

Dans ce premier chapitre, nous avons rappelé que, par définition, les ondes de tête sont les ondes de première arrivée et que, dans le cas d'une interface plane, elles sont générées à l'angle critique. Une revue bibliographique des travaux effectués en géophysique a mis en valeur l'influence de l'irrégularité de l'interface sur le signal de l'onde de tête. Les modèles existants sur interfaces irrégulières concernent des interfaces cylindriques faiblement courbes ou des surfaces plus chahutées (pentes, vallées). Ces modèles ont montré que l'onde de tête se propageant au voisinage d'une interface non plane voit son amplitude varier par rapport à une propagation sur interface plane, et son temps de vol laisse supposer que la propagation de l'onde n'est plus purement surfacique mais peut être aussi volumique. Ces observations ont été confirmées à la fois par une étude numérique récente en ondes SH en géophysique et par des acquisitions expérimentales effectuées en inspection TOFD sur des géométries d'affouillement dans le domaine du CND.

Afin de mieux comprendre les mécanismes de propagations inhérents à une onde de tête au voisinage d'une interface irrégulière, nous avons effectué des simulations d'inspections TOFD par le logiciel hybride (méthode des pinceaux / éléments finis) CIVA/Athena. L'analyse des instantanés du champ élastodynamique extraits de ces simulations a mis en évidence l'existence d'une propagation volumique pouvant être à l'origine des ondes de tête au voisinage de surfaces irrégulières. En effet, les irrégularités surfaciques induisent des phénomènes de diffraction en volume du champ élastodynamique de la pièce dans l'ombre géométrique qu'elles forment : la succession de

ces phénomènes de diffraction constitue le mécanisme de propagation volumique de l'onde de tête. Le travail en modélisation complète de l'onde de tête sur les interfaces irrégulières décrit dans les chapitres 2 et 3 sera fondé sur l'hypothèse d'une onde de tête issue du mécanisme de propagation volumique uniquement. Nous chercherons à justifier cette hypothèse au chapitre 2 par l'emploi d'un algorithme de tracé de rayons.

La propagation d'une onde sur une surface complexe est représentée en Théorie Géométrique de la Diffraction par la concaténation de rayons élémentaires issus de diffractions sur des géométries canoniques. Cette théorie de rayons prévoit les phénomènes de diffraction observés dans l'ombre géométrique des irrégularités de surface. Suite aux analyses précédentes, nous proposons une méthode pour modéliser la propagation des ondes de tête sur les surfaces irrégulières. Cette méthode de calcul du trajet de l'onde de tête nécessite une analyse des diffractions le long du trajet afin d'appliquer des modèles analytiques d'interaction à chaque rayon élémentaire du trajet calculé.

Dans les chapitres suivants, nous allons mettre en œuvre les étapes nécessaires à la réalisation de cette méthodologie. La première étape de la méthode (tracé du rayon de l'onde de tête le long d'une surface irrégulière) fait l'objet du second chapitre.



# CHAPITRE 2 : DÉVELOPPEMENT D'UN

## ALGORITHME GÉNÉRIQUE DE TRACÉ DE RAYONS POUR LA DIFFRACTION D'ONDES SUR DES GÉOMÉTRIES IRRÉGULIÈRES

### RÉSUMÉ

Ce deuxième chapitre est consacré à l'élaboration d'un algorithme de tracé de rayons (GRTT – Generic Ray Tracing Tool) permettant de calculer le trajet d'une onde ultrasonore en CND, notamment dans le cas d'inspections TOFD (Time Of Flight Diffraction) sur des pièces de géométries irrégulières. Cet algorithme a pour vocation d'être générique, c'est-à-dire qu'il prend en compte tous les types de propagation d'onde ultrasonore au voisinage de surfaces complexes, c'est-à-dire de surfaces pour lesquelles il n'existe pas nécessairement de description analytique. En particulier, cet algorithme calcule le trajet de l'onde de tête et répond ainsi à la première étape de l'approche de modélisation décrite dans le premier chapitre, à savoir la détermination du trajet rayon de l'onde de tête.

Nous évoquons tout d'abord les différentes techniques de tracé de rayons développées dans le domaine de la géophysique. Après avoir donné les problématiques que pose un tracé de rayons en inspection TOFD sur des géométries irrégulières, nous décrivons le principe physique sur lequel s'appuie l'algorithme, à savoir la décomposition des surfaces en sources secondaires de diffraction selon le principe de Huygens. Nous expliquons ensuite comment l'algorithme détermine, pour un mode de propagation choisi par l'utilisateur, le trajet d'une onde entre deux points respectant le principe de Fermat généralisé.

Nous appliquons ensuite l'algorithme GRTT au cas de la propagation d'ondes ultrasonores en inspection TOFD pour plusieurs surfaces irrégulières : les fronts de ces ondes à différents instants de la propagation sont modélisés par l'algorithme et comparés aux résultats obtenus par la simulation numérique (éléments finis) CIVA/Athena. Par cette comparaison, nous validons d'une part l'algorithme et d'autre part l'hypothèse de propagation de l'onde de tête formulée au cours du premier chapitre, selon laquelle les phénomènes de diffraction en volume sur les irrégularités surfaciques de la pièce sont responsables du signal de l'onde de tête reçu sur le capteur récepteur.

---

## INTRODUCTION : ÉTAT DE L'ART EN TRACÉ DE RAYONS

En partie 1.4, nous avons décrit l'approche de modélisation de la propagation de l'onde de tête sur des interfaces irrégulières, mise en place pour répondre à la problématique de cette thèse. Afin d'appliquer un modèle rayon à la propagation des ondes de tête, la première étape de cette approche est de déterminer le trajet de l'onde de tête entre le point d'observation et le point de réception. Nous cherchons donc à développer une technique de tracé de rayons entre deux points connus.

Les techniques de tracé de rayons sont souvent employées pour modéliser la propagation des ondes en électromagnétisme, en optique ou en sismologie. Les algorithmes de tracé de rayons traditionnels sont divisés en deux classes : les méthodes de lancer de rayons (ray shooting) [30], et les méthodes d'optimisation de rayons (ray bending) [31,32]. Dans les méthodes de lancer de rayons (ray shooting), le point source émettant l'onde et la direction initiale du rayon émis sont fixés : cette approche est adaptée à la modélisation de la propagation d'un champ. Dans le cadre d'une problématique de tracé de rayons entre deux points, la méthode du lancer de rayons (ray shooting) peut être employée en effectuant un processus itératif afin de déterminer la direction initiale d'émission du rayon atteignant le point de réception. La méthode d'optimisation de rayons est une approche variationnelle visant à perturber une première estimation du trajet rayon de l'onde entre deux points pour déterminer le trajet rayon minimisant au mieux le temps de vol de l'onde. Cependant ces deux méthodes sont lourdes en temps de calcul lorsqu'il s'agit de résoudre un problème de tracé de rayons entre deux points, et ne sont pas adaptées au cas de surfaces irrégulières pour lesquelles le traitement d'ondes diffractées et de zones d'ombre dans lesquelles les ondes de tête se propagent est nécessaire.

Pour améliorer l'efficacité des méthodes de lancer de rayon dans la modélisation de la diffraction d'une onde, des algorithmes de tracé de rayons fondés sur un schéma de calcul dans une grille ont été développés récemment : la construction de front d'ondes [33], la résolution de l'équation eikonale par éléments finis [34–38], qui nécessitent généralement des calculs lourds afin de tracer les rayons, ou encore les algorithmes utilisant la méthode du trajet le plus court (shortest path method – SPM, aussi appelée Minimum Travel Time Tree - MTTT) [39–46], qui sont encore des algorithmes peu développés et qui s'appuient sur les principes de Huygens et de Fermat. Les schémas de calcul sur grille présentent plusieurs avantages pour une application en simulation de Contrôle Non Destructif par rapport aux algorithmes de tracé de rayons traditionnels : le schéma de calcul sur grille permet de localiser facilement des trajets de rayon dans les zones d'ombres formées par les interfaces et de détecter l'onde de première arrivée dans des milieux complexes. Par ailleurs, les résultats obtenus en utilisant ces schémas sont numériquement stables.

L'algorithme fondateur de la méthode du trajet le plus court (SPM) est celui de Moser, conçu en 1991 [40]. Pour une propagation 2D, cet algorithme s'exécute comme suit. Tout d'abord, des rayons sont lancés depuis la source située sur un nœud de la grille 2D couvrant le milieu de propagation. Ensuite, les nœuds adjacents à la source et disposant

d'un temps de trajet minimal depuis la source sont sélectionnés comme sources secondaires. Enfin, de nouveaux rayons sont lancés depuis ces sources secondaires : le processus est réitéré pour propager l'onde émise dans toute la grille. Plus récemment, Zhang *et al.* [46] ont développé une méthode appelée Interface Source Method (ISM) : de la même façon que dans l'algorithme de Moser, l'onde de première arrivée se propage toujours en utilisant un schéma de lancer de rayon pour propager l'onde de nœuds en nœuds dans une grille 2D ; cependant, parmi les nœuds, seuls ceux appartenant aux interfaces du milieu sont considérés comme sources secondaires dans l'algorithme de Zhang. Au cours de ce second chapitre, l'approche ISM va être étendue et adaptée au cas du CND afin de modéliser le parcours d'une onde ultrasonore entre deux points au voisinage d'une pièce d'interfaces irrégulières et constituées de milieux de propagation homogènes (en termes de vitesse du son) isotropes.

L'obtention de ce parcours est la première étape nécessaire à la modélisation complète de l'onde dans le cadre de l'approche de modélisation que nous avons décrite dans la partie 1.4. Nous commençons tout d'abord par définir les configurations d'inspections TOFD que cet algorithme est en mesure de modéliser.

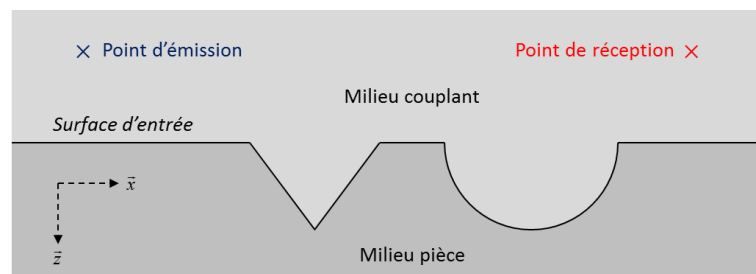
## 2.1. CONFIGURATIONS TOFD TRAITÉES PAR L'ALGORITHME

Dans cette première partie, nous allons caractériser les inspections dans lesquelles nous souhaitons tracer les rayons des ondes ultrasonores se propageant dans les pièces inspectées afin de définir les besoins de l'algorithme. Nous commençons par décrire les milieux dans lesquels se propagent les ondes au cours d'une inspection TOFD.

### 2.1.1. Milieux de propagation

Les milieux étudiés sont des milieux de propagation 2D et dépendent du type d'inspection TOFD modélisée. Deux sortes d'inspection sont prévues : les inspections TOFD au contact (*Figure 2.1a*) et les inspections TOFD en immersion (*Figure 2.1b*).

a)



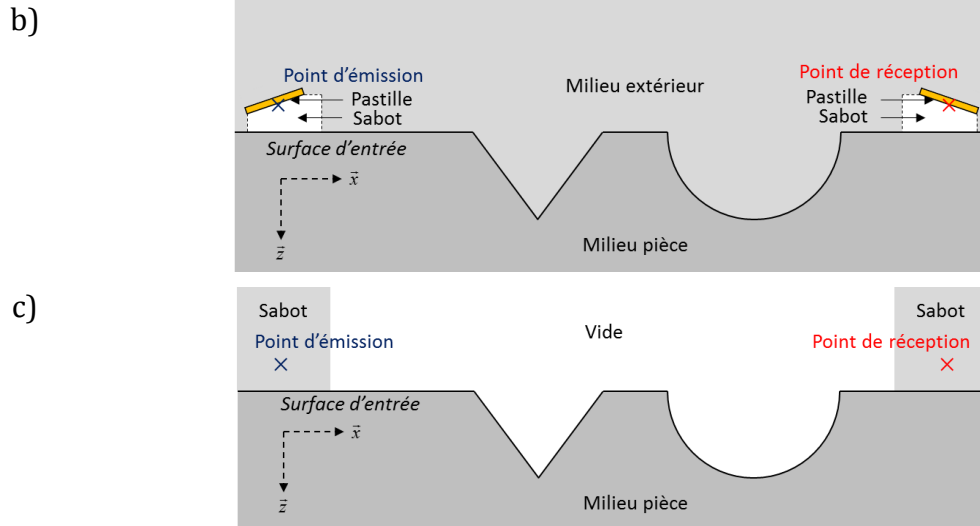


Figure 2.1 : Schéma d'une inspection TOFD en immersion (a) et au contact (b), ainsi que le schéma équivalent (c) d'une inspection au contact dans le cadre de la modélisation effectuée pour l'algorithme.

Dans les configurations décrites sur la *Figure 2.1*, la pièce est composée d'un seul milieu de propagation, bien que l'algorithme GRTT puisse être étendu à une pièce avec plusieurs milieux de propagation séparés par des interfaces internes.

Pour une inspection en immersion (*Figure 2.1a*), deux milieux de propagation sont considérés : le milieu couplant, dans lequel se trouvent les points d'émission et de réception, et la pièce. Ces deux milieux sont séparés par la surface d'entrée de la pièce, qui peut être irrégulière et sur laquelle nous cherchons à modéliser les phénomènes de diffraction responsables de la propagation des ondes. Les surfaces d'entrée traitées sont décrites dans la section suivante. On considère par ailleurs que le milieu couplant (resp. le milieu de la pièce) est infini dans la direction  $\vec{x}$  et semi-infini dans la direction  $-\vec{z}$  (resp.  $\vec{z}$ ).

Pour une inspection au contact (*Figure 2.1b*), les milieux de propagation sont au nombre de trois : le milieu des sabots (sur lesquels sont placées les pastilles des capteurs), le milieu extérieur et la pièce. Les points d'émission et de réception sont situés sur le sabot au niveau des pastilles. La surface d'entrée de la pièce sépare les deux premiers milieux (sabots et extérieur), du milieu de la pièce. En inspection TOFD au contact, le milieu extérieur est en général de l'air : du fait de la faible impédance de l'air au regard de celle du plexiglas et de la pièce, on suppose que les ondes ultrasonores ne se propagent pas dans cet espace. Suite à cette hypothèse, le problème de la *Figure 2.1b* est simplifié en la *Figure 2.1c* de sorte que seuls deux milieux sont pris en compte : celui des sabots (semi-infinis selon  $\vec{z}$ ), et celui de la pièce (infini selon  $\vec{x}$  et semi-infini selon  $\vec{z}$ ), séparés par une surface d'entrée irrégulière..

Les milieux de propagation que nous avons traités dans cette thèse sont homogènes isotropes. Le cas de milieux anisotropes est évoqué dans l'Annexe A.

Au final, dans les cas des *Figure 2.1a* et *Figure 2.1c*, le calcul de la trajectoire d'une onde ultrasonore effectué par l'algorithme se résume à un problème de propagation dans un

modèle de propagation constitué de deux milieux (couplant et pièce) séparés par une interface irrégulière. Nous allons maintenant caractériser l'irrégularité de cette interface.

### 2.1.2. Interface irrégulière

Comme décrit dans l'introduction de ce manuscrit, notre étude porte sur la propagation des ondes au voisinage de surfaces d'entrées de pièces irrégulières. La surface d'entrée est décrite par CAO et est généralement composée de l'association d'une ou plusieurs irrégularités de surface (comme en *Figure 2.1*) dont les plus courantes sont montrées *Figure 2.2*.

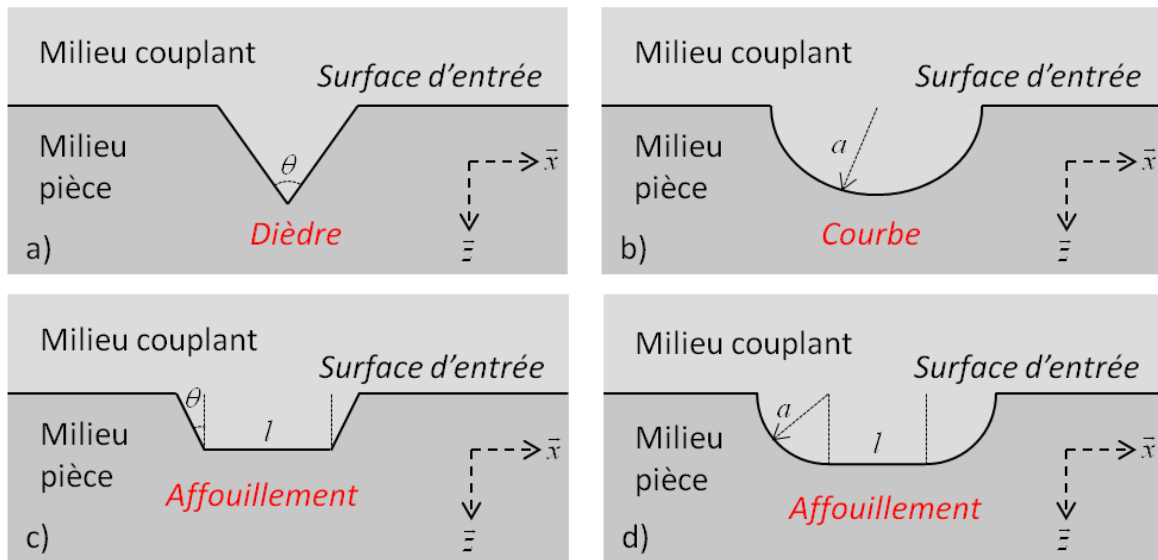


Figure 2.2 : Schéma des irrégularités géométriques : diédrique (a), courbe (b), affouillement à bords droits (c), affouillement à bords courbes (d).

La première irrégularité (*Figure 2.2a*) est un dièdre à bords droits d'ouverture angulaire  $\theta$ . La seconde irrégularité (*Figure 2.2b*) est une surface courbe de rayon de courbure  $a$  constant ou variable le long de l'irrégularité. Les deux dernières irrégularités sont des affouillements composés d'un fond plat de longueur  $l$  et de bords qui peuvent être droits (*Figure 2.2c*) et formant un angle  $\theta$  avec le fond plat, ou courbes (*Figure 2.2d*) de rayon  $a$  constant ou variable.

Ainsi, ces différentes irrégularités composent des surfaces que nous qualifions de fortement irrégulières et dont la description analytique est complexe voire impossible. La nécessité de prendre en compte ce type d'interface dans notre étude de la propagation des ondes ultrasonores nous a amené à rechercher une méthode numérique plutôt qu'analytique afin de résoudre le problème du tracé de rayons et de garantir la généralité de l'algorithme qui sera décrit dans la partie 2.2 de ce chapitre.



### 2.1.3. Modes de propagation et conversion de mode

Comme nous l'avons vu au cours de la partie 1.4 sur l'analyse des instantanés du champ ultrasonore extraits de simulations numériques CIVA/Athena d'inspection TOFD, de nombreuses ondes se propagent dans la pièce sous la forme d'ondes de volume (longitudinale ou transversale) ou le long de la surface sous forme d'ondes surfaciques (Rayleigh [47], Stoneley [48], Rayleigh généralisé [49], ondes latérales ...). Chacune de ces ondes possède une vitesse de propagation spécifique dépendant de la nature du milieu de propagation.

D'autre part, nous avons pu constater dans cette partie 1.4 que les ondes observées sont issues d'interactions avec la surface d'entrée de la pièce : par exemple, une onde volumique longitudinale peut être convertie par réfraction à la surface d'entrée en onde volumique transversale, ou une onde de Rayleigh peut être générée par diffraction d'une onde volumique incidente sur une irrégularité diédrique de la pièce.

Afin de comprendre les différents phénomènes physiques responsables des ondes observées au cours d'une inspection TOFD, et plus particulièrement pour comprendre le phénomène responsable de la propagation de l'onde de tête, nous souhaitons modéliser les différents modes de propagation existant dans la pièce, ainsi que les conversions de mode s'opérant à la surface d'entrée de la pièce.

### 2.1.4. Défauts présents dans la pièce

Des défauts peuvent exister dans la pièce inspectée : nous nous limitons dans ce chapitre à l'étude d'un défaut simple : il s'agit du défaut plan impénétrable (à contrainte surfacique nulle de type fissure). L'interaction entre le champ ultrasonore et un tel défaut donne lieu à plusieurs interactions qui sont données sur la *Figure 2.3*.

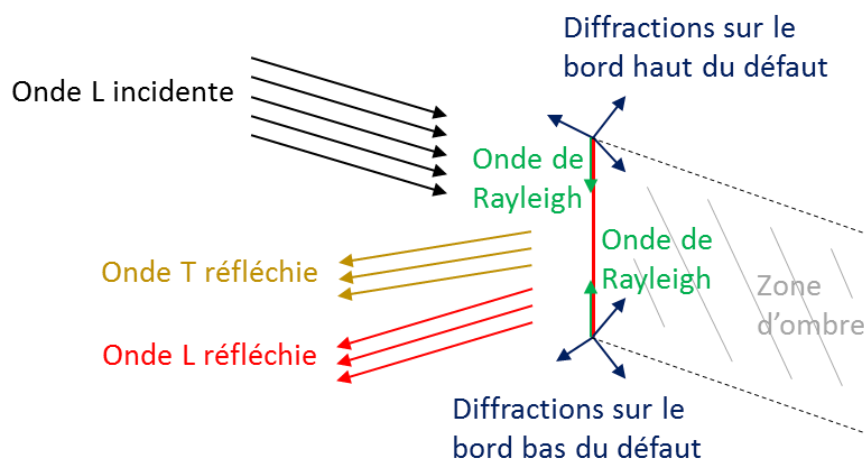


Figure 2.3 : Interaction entre une onde plane longitudinale incidente et un défaut plan non débouchant.

Le défaut représenté en rouge sur la *Figure 2.3* est un défaut plan non débouchant impénétrable. Une onde plane incidente atteint le défaut et forme une zone d'ombre (grisée sur la *Figure 2.3*). Nous considérons pour les besoins de l'algorithme que l'interaction 2D entre l'onde incidente et le défaut plan donne naissance à trois types d'onde :

- Des ondes volumiques diffractées (à la fois longitudinales et transversales dans toutes les directions, à l'intérieur et à l'extérieur de la zone d'ombre) par les arêtes supérieures et inférieures du défaut.
- Des ondes de Rayleigh générées sur le bord haut et le bord bas du défaut, et se propageant le long de la surface du défaut.
- Deux ondes volumiques réfléchies (longitudinale et transversale) sur la surface du défaut.

D'autre part, si l'onde incidente atteint le défaut avec une incidence critique, des ondes de tête telles que décrites en introduction du chapitre 1 (non représentées en *Figure 2.3*) peuvent se propager le long du défaut puis rayonner dans le volume de la pièce.

Ayant défini les configurations d'inspection traitées par l'algorithme (définition des milieux de propagation, des irrégularités de l'interface, des modes de propagation d'ondes ultrasonores et des défauts présents dans la pièce), nous allons maintenant présenter les principes physiques qui fondent l'algorithme GRTT et qui permettent de répondre aux besoins de modélisation décrits dans cette partie.

## 2.2. PRINCIPES PHYSIQUES DU GRTT (GENERIC RAY TRACING TOOL)

Le formalisme de la théorie des rayons utilisé dans la méthode du trajet le plus court [39]–[46], et plus particulièrement dans l'ISM [46] est appliqué au problème du tracé de rayons entre deux points dans un milieu de propagation constitué de deux volumes homogènes isotropes séparés par une interface irrégulière. La propagation de l'onde de tête, et plus généralement celle de toutes les ondes dans la pièce, est le résultat d'interactions du champ ultrasonore avec l'interface irrégulière : le trajet rayon représentant la propagation d'une onde dans la pièce est la combinaison de plusieurs rayons connectés les uns aux autres par des points sources de diffraction secondaire. Ces sources sont situées, d'après le principe de Huygens, sur la surface de la pièce, et correspondent au lieu de chaque interaction responsable de la propagation de l'onde. Ce formalisme rayon est donc compatible avec l'approche de modélisation décrite dans la section 1.4.3, et permet de décrire le trajet rayon d'une onde entre les points d'émission  $P_E$  et de réception  $P_R$  comme un ensemble de rayons élémentaires  $P_{i-1}P_i$  reliant les points de diffraction secondaires  $P_i$ . Les interactions aux points  $P_i$  de diffraction secondaire peuvent être responsables d'une conversion de la nature ou du mode de l'onde : par conséquent, chaque rayon élémentaire  $P_{i-1}P_i$  peut représenter la propagation d'une onde

longitudinale de volume (L), une onde transversale de volume (T), d'une onde latérale (L ou T) ou d'une onde de type Rayleigh (Rayleigh, Rayleigh généralisée, Stoneley).

La Figure 2.4 illustre le principe physique de propagation entre sources secondaires de toutes les ondes dans un milieu de propagation comprenant des interfaces et des défauts.

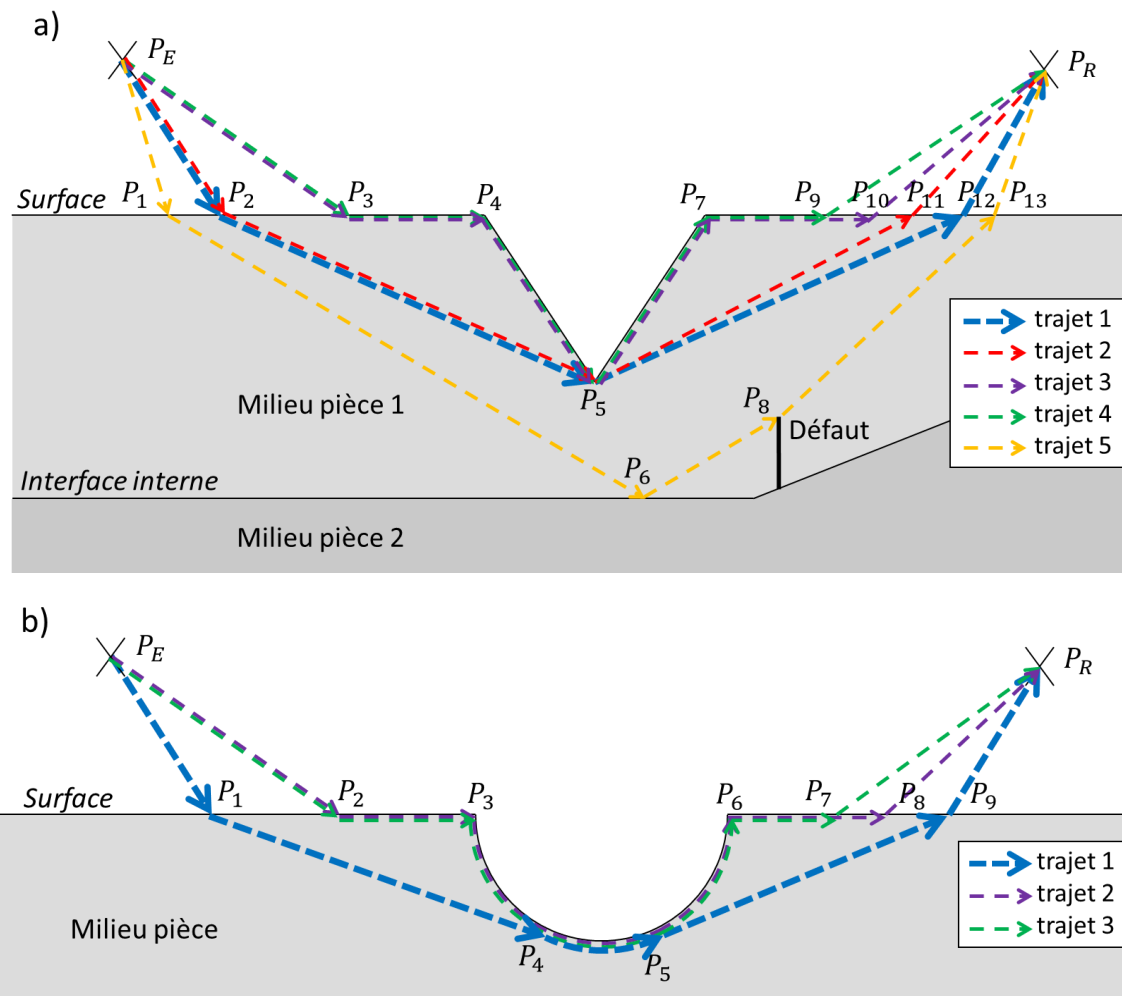


Figure 2.4 : Plusieurs trajets rayon (lignes pointillées de couleur) résultant de plusieurs interactions du champ ultrasonore avec deux types de surfaces (lignes continues noires) : une surface avec une irrégularité diédrique (a) et une surface avec une irrégularité cylindrique (b). En (a), présence en sus d'une interface interne.

Deux configurations d'inspection TOFD sur des interfaces irrégulières sont étudiées dans les exemples de la Figure 2.4. La première configuration (Figure 2.4a) est une configuration comprenant trois milieux de propagation élastiques isotropes : le premier est le milieu couplant/sabot, les deux autres composent la pièce et sont séparées par une interface interne. La surface séparant le milieu couplant/sabot de la pièce dispose d'une irrégularité diédrique, et un défaut plan débouchant sur l'interface interne est présent dans la pièce. Le cas d'une pièce composée d'un unique matériau élastique isotrope et d'une surface disposant d'une irrégularité cylindrique est montré sur la Figure 2.4b. Dans les deux cas, le milieu couplant/sabot est un fluide. Chaque trajet rayon représenté en

pointillé sur la *Figure 2.4a* et la *Figure 2.4b* correspond à la propagation d'une onde particulière dans la pièce. Cependant, seuls quelques trajets rayons parmi tous les trajets, et donc parmi toutes les ondes existant dans la pièce, sont donnés en exemple et la collection de sources de diffraction secondaire  $P_i$  construisant ces quelques trajets n'est donc pas exhaustive.

Ainsi dans la configuration de la *Figure 2.4a*, le trajet rayon  $P_E P_2 P_5 P_{12} P_R$  (trajet 1) est le trajet rayon donnant le temps de vol le plus court et correspondant donc à la propagation de l'onde de tête : son tracé est composé d'une réfraction en  $P_2$  de l'onde longitudinale volumique émise en  $P_E$ , d'une diffraction sur l'irrégularité diédrique en  $P_5$  sans conversion de mode ou de nature de la propagation, et d'une réfraction sur la surface d'entrée en direction du point d'observation  $P_R$ . Cependant, la diffraction de l'onde longitudinale de volume sur le dièdre en  $P_5$  implique aussi une conversion de mode en onde transversale de volume, qui donne après réfraction au point  $P_{11}$  une onde L dans le fluide, et forme ainsi le trajet rayon  $P_E P_2 P_5 P_{11} P_R$  (trajet 2 sur la *Figure 2.4a*) avec un temps de vol supérieur à celui de l'onde de tête. Le trajet rayon  $P_E P_3 P_4 P_5 P_7 P_{10} P_R$  (trajet 3) est associé à une onde longitudinale volumique, réfractée à l'angle critique en  $P_3$  en une onde longitudinale latérale se propageant le long de la surface au fil de diffractions en  $P_4$ ,  $P_5$ ,  $P_7$  pour enfin rayonner à l'angle critique en  $P_{10}$  une onde longitudinale volumique dans le milieu couplant/sabot. De manière similaire, la source secondaire  $P_7$  diffracte l'onde latérale longitudinale incidente en une onde de Rayleigh, rayonnant ensuite en  $P_9$  et donnant le trajet rayon  $P_E P_3 P_4 P_5 P_7 P_9 P_R$  (trajet 4). Finalement, le trajet rayon  $P_E P_1 P_6 P_8 P_{13} P_R$  (trajet 5) correspond à une onde longitudinale volumique émise en  $P_E$ , réfractée en  $P_1$ , réfléchi sur l'interface interne de la pièce en  $P_6$ , puis diffractée sur le bord haut du défaut en  $P_8$  avant d'atteindre  $P_R$ .

La *Figure 2.4b* montre le trajet rayon de plusieurs ondes se propageant près d'une surface comportant une irrégularité cylindrique. La propagation de l'onde de tête associée au temps de vol le plus court est  $P_E P_1 P_4 P_5 P_9 P_R$  (trajet 1) : l'onde longitudinale volumique émise est réfléchi dans la pièce au point  $P_1$  et est diffractée sur l'irrégularité cylindrique sous la forme d'un rayon rampant surfacique  $P_4 P_5$  : l'onde se propage le long de l'irrégularité et est de nouveau rayonnée vers  $P_9$ , où elle est réfractée en direction du point d'observation  $P_R$ . De manière similaire au trajet 3 de la *Figure 2.4a*, le trajet  $P_E P_2 P_3 P_6 P_8 P_R$  (trajet 2) de la *Figure 2.4b* représente la propagation de l'onde longitudinale latérale le long de l'irrégularité cylindrique générée à l'angle critique en  $P_2$  et rayonnée au même angle en  $P_8$ . Une onde de Rayleigh est aussi diffractée en  $P_6$  et rayonne en  $P_7$  pour donner le trajet rayon  $P_E P_2 P_3 P_6 P_7 P_R$  (trajet 3).

D'autres trajets rayons ne sont pas montrés sur les *Figure 2.4a* et *Figure 2.4b*. Par exemple, une conversion de mode de l'onde longitudinale volumique se produit lors de la réfraction sur la surface d'entrée, lors des réflexions spéculaires ou aux diffractions sur les irrégularités surfaciques de la pièce étudiée. Des conversions de mode d'onde de volume en ondes de type Rayleigh se produisent aussi sur les irrégularités de surfaces (en  $P_4$ ,  $P_5$  ... sur la *Figure 2.4a* et en  $P_3$  sur la *Figure 2.4b*).

La finalité de l'algorithme que nous présentons dans ce chapitre est de trouver tous les trajets rayons physiques décrits précédemment dans un ensemble de milieux homogènes

isotropes, en utilisant le Principe de Fermat Généralisé. Ce principe, comme nous l'avons dit dans le chapitre précédent, est un élément fondamental d'une théorie de rayon comme la Théorie Géométrique de la Diffraction. Dans l'optique d'un tracé de rayon, ce principe permet de déterminer si un trajet rayon représente physiquement la propagation d'une onde et donc si ce rayon est valide. Ce principe est vérifié en trouvant le temps de vol minimum de l'onde et le trajet rayon associé.

Au cours de la partie suivante, nous allons présenter le fonctionnement de l'algorithme et montrer comme celui-ci détermine le trajet rayon valide d'une onde particulière choisie par l'utilisateur, c'est-à-dire donnant le temps de vol minimum de l'onde, tout en tenant compte des interactions avec la surface responsables de la propagation de cette onde.

## 2.3. FONCTIONNEMENT DE L'ALGORITHME DE TRACÉ DE RAYONS

Au cours de cette partie, les étapes algorithmiques permettant de calculer le trajet rayon d'une onde ultrasonore d'un point d'émission  $P_E$  à un point de réception  $P_R$  au cours d'une inspection TOFD sont expliquées et illustrées sur un cas d'étude. Cet algorithme a fait l'objet d'une demande de dépôt de brevet auprès de l'INPI [50].

### 2.3.1. Présentation du cas d'étude

La pièce étudiée est un bloc d'acier austénitique de géométrie d'extrusion 2D, présentant une surface d'entrée avec un affouillement. L'inspection CND effectuée sur cette pièce est une inspection de type TOFD au contact utilisant des capteurs rectangulaires L60 et dont la configuration est illustrée sur la *Figure 2.5*.

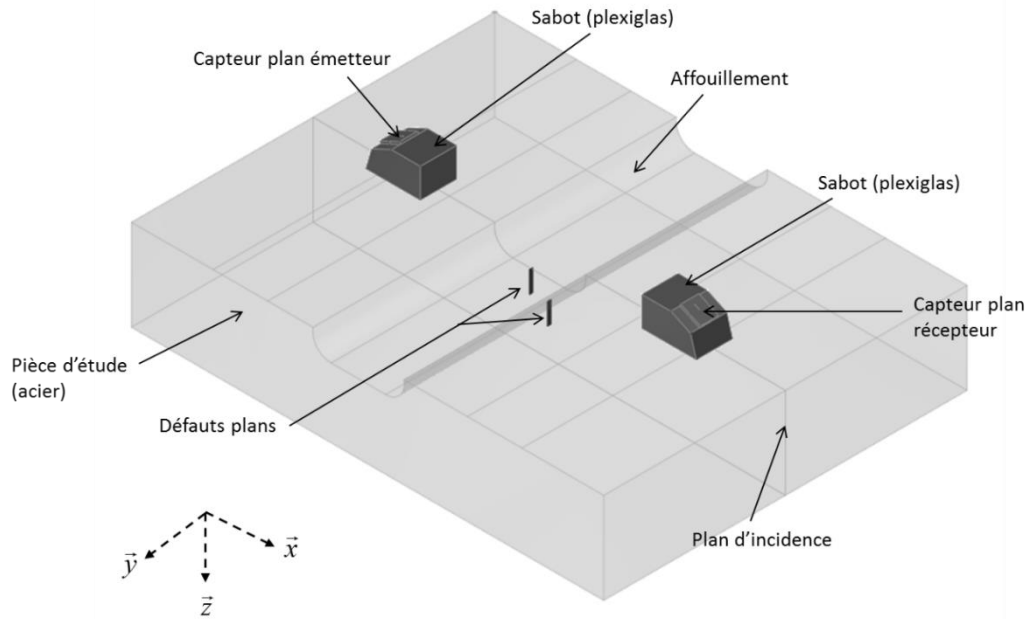


Figure 2.5 : Représentation de la pièce et de la configuration d'inspection du cas d'étude.

La Figure 2.5 montre que la pièce possède deux défauts (  $3 \times 10 \text{ mm}$  ) disposés à l'aplomb de l'affouillement. Deux capteurs TOFD sont placés de part et d'autre de l'affouillement. Enfin, la pièce étant de géométrie d'extrusion 2D, la simulation peut s'effectuer dans un milieu de propagation 2D qui est matérialisé par la coupe de la pièce perpendiculaire à la direction d'extrusion et qui est aussi le plan d'incidence des capteurs (Figure 2.5). La configuration 2D de l'inspection simulée est représentée Figure 2.6.

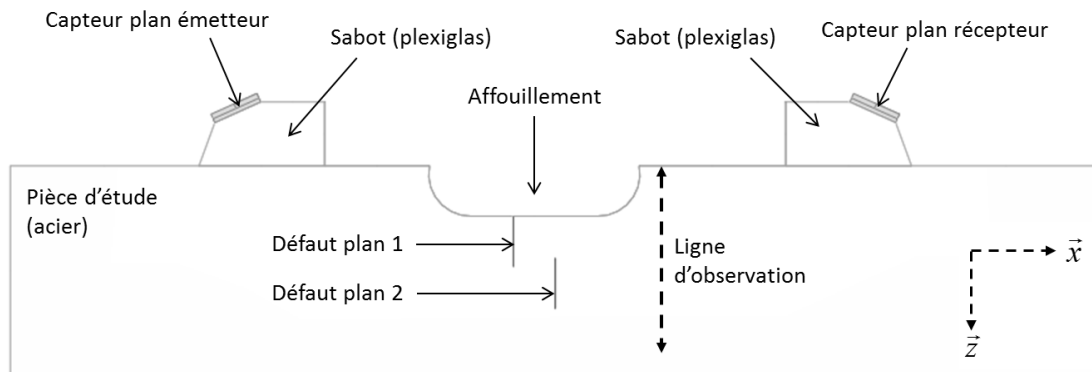


Figure 2.6 : Coupe de la pièce dans le plan d'incidence.

Pour ce cas d'étude, on cherche à calculer le trajet et le temps de vol de l'onde émise en un point source situé dans le plan émetteur et se propageant dans la pièce pour plusieurs points de réception situés sur une ligne d'observation verticale placée derrière l'affouillement et représentée en pointillés sur la Figure 2.6. Cette ligne d'observation sera utilisée dans la suite du calcul. Dans le cas d'étude, l'algorithme sera donc exécuté pour plusieurs couples de points émission/réception, avec un point d'émission fixé au centre du capteur et différents points de réception situés sur la ligne d'observation.

### 2.3.2. Fonctionnement général de l'algorithme

Le fonctionnement général de l'algorithme est décrit dans le schéma fonctionnel de la *Figure 2.7*, et ses différentes étapes sont détaillées dans les paragraphes indiqués sur cette figure.

Dans la première partie de l'algorithme, les données d'entrée, à savoir la géométrie de la pièce, la définition des défauts et les paramètres physiques sont utilisés, afin de pouvoir discrétiser à la fois les interfaces et les défauts présents dans la pièce. Un graphe orienté [51] est calculé, ainsi que la nature des ondes se propageant dans la pièce. Ce graphe orienté est indépendant de la définition du type de trajet que l'on recherche dans la pièce.

Dans la seconde partie de l'algorithme, le type de trajet que l'on souhaite trouver est déterminé à partir des points par lesquels le trajet de l'onde doit passer. Deux points de passage sont suffisants : le point d'émission et le point de réception. Des contraintes supplémentaires peuvent être ajoutées par l'utilisateur afin de faire passer le trajet par certains endroits de la pièce. Le graphe orienté obtenu dans la première partie de l'algorithme est mis à jour en tenant compte des points de passage, et un parcours optimisé du graphe est effectué afin de trouver le trajet minimisant le temps de vol, qui correspond donc au trajet réel de l'onde selon le Principe de Fermat Généralisé.

Si l'on souhaite effectuer des calculs de trajets différents (par exemple en changeant seulement les points d'émission et de réception) mais dans la même pièce avec les mêmes défauts, seules les données des contraintes ont besoin d'être modifiées. Dans ce cas, seule la seconde partie de l'algorithme sera exécutée, les données obtenues dans la première partie de l'algorithme lors du calcul précédent seront conservées. De cette optimisation résulte un gain important en temps de calcul.

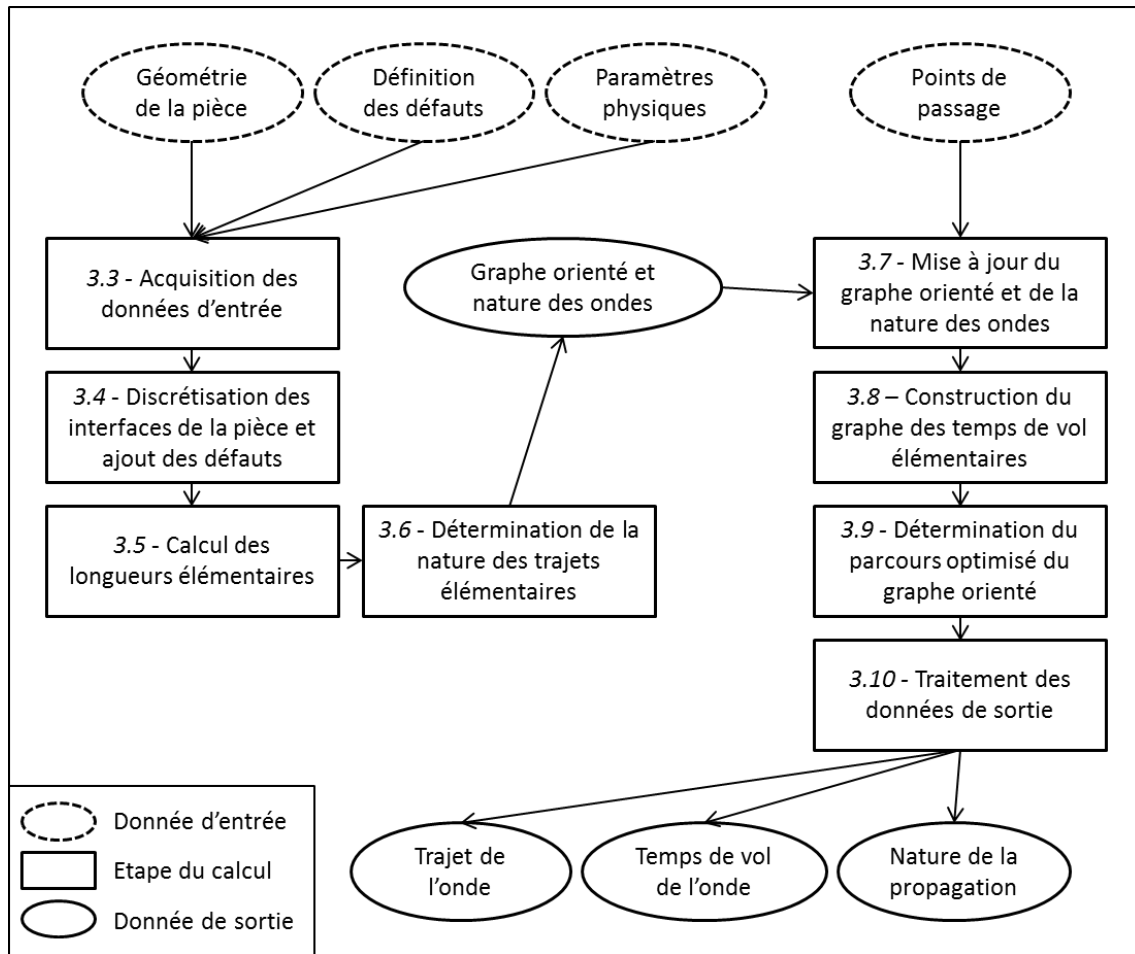


Figure 2.7 : Schéma fonctionnel de l'algorithme.

### 2.3.3. Acquisition des données d'entrée

Pour chaque trajet que l'on souhaite calculer, il y a six catégories de données d'entrées à définir :

- La première entrée est le design de la pièce d'extrusion 2D dans laquelle le trajet de l'onde doit être calculé. Ce design 2D prend la forme d'un fichier CAO au format DXF compatible avec le logiciel AutoCAD. Le fichier décrit, pour une section dans un repère orthonormé cartésien  $(\vec{x}, \vec{z})$ , les interfaces de la pièce sous la forme d'un ensemble de segments et d'arcs de cercle ; cette section est extrudée dans la direction  $\vec{y}$ . Un échantillonnage de ce design sera effectué par l'algorithme comme décrit dans la section 2.3.4.
- La seconde entrée est constituée des contraintes  $\{C_r\}_{r \in \{1, \dots, K\}}$  par lesquelles le trajet de l'onde doit passer. Chaque contrainte  $C_r$  est un ensemble d'un ou de plusieurs points voisins : le trajet doit passer par un seul et unique point de chaque ensemble  $C_r$ .

Les points de contraintes ne sont pas forcément des points d'échantillonnage issus du design de la pièce. Par exemple, il est possible de définir le point d'émission  $P_E$  pour la contrainte  $C_1$  et le point de réception  $P_R$  pour la contrainte  $C_K$  : les points de contrainte



ne sont donc pas forcément sur la surface de la pièce mais peuvent être situés à l'extérieur ou à l'intérieur de cette dernière. Un autre exemple est la définition d'une contrainte sur une partie de la surface d'entrée de la pièce : on peut souhaiter ajouter localement aux points d'échantillonnage du design déjà existants des points sur une partie de la surface, afin de raffiner l'échantillonnage et de fournir un tracé de rayon plus précis au passage de cette contrainte.

La donnée de ces contraintes de passage permet de définir le type de trajet que l'on souhaite calculer. Elle permet en effet d'effectuer une recherche de trajet passant par un endroit spécifique de la pièce : par exemple, en définissant trois contraintes  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  composées chacune d'un seul point (respectivement  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$ ), l'algorithme recherchera le trajet d'une onde émise en  $P_1$ , diffractée en  $P_2$  et reçue en  $P_3$ . Le trajet résultant contiendra nécessairement ces trois points. Un exemple d'application d'une contrainte composée de plusieurs points est le cas de la réflexion/réfraction sur une surface : en échantillonnant une surface à l'aide d'un ensemble de points d'interaction et en intégrant ces points dans une contrainte  $C_r$ , on impose à l'algorithme de déterminer un trajet passant par un unique point de la surface, c'est-à-dire effectuant une réflexion ou une réfraction sur cette surface.

- La troisième entrée est composée des quatre célérités associées au type de propagation volumique (L ou T) souhaité à l'extérieur et à l'intérieur de la pièce, et au type de propagation surfacique (Rayleigh, ondes latérales) sur la surface des défauts et de la pièce. Il est possible de définir un ensemble différent de quatre vitesses entre chaque contrainte pour choisir des modes de propagation différents avant et après une contrainte.
- La quatrième entrée se compose des défauts présents dans la pièce. Les défauts sont décrits sous la forme de facettes planes juxtaposées, ce qui permet de définir des défauts complexes type multi-facettes. La discrétisation des défauts est constituée uniquement des extrémités de leurs facettes.
- La cinquième entrée est le pas de discrétisation spatial. Ce pas définit la distance entre deux points de discrétisation consécutifs de la surface, et donc la précision du trajet et du temps de vol calculé.

Pour le cas d'étude, voici les données d'entrée pour chaque trajet :

- La pièce étudiée est définie dans un fichier DXF. Ses interfaces sont composées de divers segments et arcs de cercle dont les dimensions sont indiquées sur la Figure 2.8. L'origine du repère  $(\vec{x}, \vec{z})$  est placée au coin supérieur gauche de la pièce.

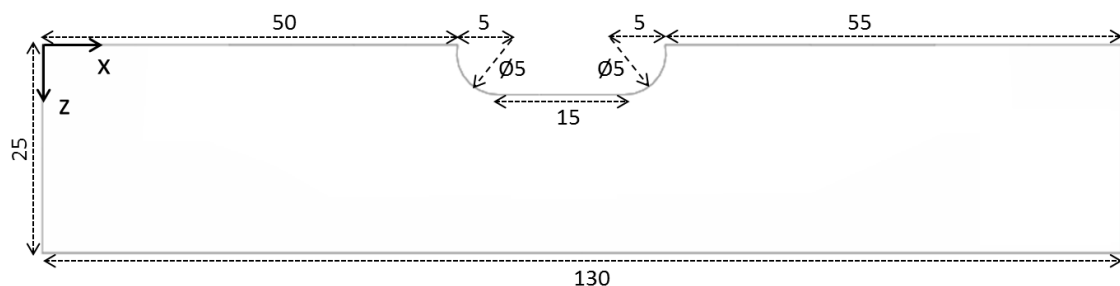


Figure 2.8 : Caractéristiques et interfaces de la pièce d'étude (côtes en mm).

- Pour ce cas d'étude, aucune contrainte particulière de passage du trajet n'est effectuée : seuls un point d'émission (le centre du capteur comme indiqué en section 2.3.1) et un point de réception constituent les points de passage donnés en entrée. Le point d'émission  $P_E$  est fixe tandis que les points de réception sont situés sur la ligne d'observation donnée en section 2.3.1 :  $x = 80\text{mm}$  et  $-20\text{mm} < z < 0\text{mm}$  (cf. *Figure 2.6*).
- Il n'y a que deux points de passage du trajet et un seul quadruplet de vitesses est nécessaire. Le milieu extérieur est du plexiglas, et le milieu de la pièce est de l'acier inoxydable. On cherche un trajet d'onde de tête impliquant une propagation en mode L à l'intérieur, à l'extérieur, et une propagation le long des interfaces ou le long des défauts, à la vitesse de l'onde L dans la pièce. Pour les milieux considérés, le quadruplet est donc  $[2.680\text{ms}^{-1}; 5.650\text{ms}^{-1}; 5.650\text{ms}^{-1}; 5.650\text{ms}^{-1}]$ .
- Les défauts sont deux défauts plans. Dans le plan  $(\vec{x}, \vec{z})$ , ces défauts sont décrits par leurs bords. Les coordonnées des bords sont (60;-5) et (60;-11) pour le défaut 1 et (65;-10) et (65;-16) pour le défaut 2.
- Le pas de discrétisation choisi est  $0.5\text{mm}$ .

### 2.3.4. Discrétisation des interfaces de la pièce et ajout des défauts

La discrétisation de la coupe 2D des interfaces de la pièce est effectuée suivant le pas spatial de discrétisation entré en section 2.3.3.

L'exécution de l'étape 2.3.4 pour le cas d'étude, avec les données d'entrées définies en 2.3.3, donne la discrétisation des points, représentée dans le plan  $(\vec{x}, \vec{z})$  en *Figure 2.9* sous la forme de croix obliques, et des bords des défauts représentés sous la forme de croix droites.

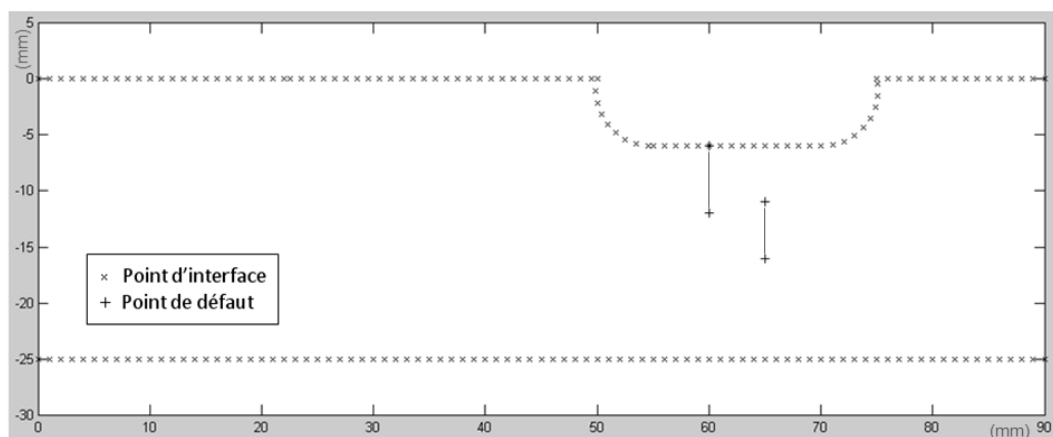


Figure 2.9 : Position des points de discrétisation des interfaces et des défauts de la pièce.

Les points discrétisés de la surface ainsi que les bords des défauts forment un ensemble  $(P_i)_{i \in (1, \dots, N)}$ , et les points de cet ensemble sont classés dans l'ordre croissant de leur éloignement au point d'émission.

### 2.3.5. Calcul du graphe orienté des longueurs élémentaires

Dans l'étape 2.3.5, la longueur élémentaire  $l_{ij}$  de chaque trajet élémentaire  $P_i P_j$  est calculée et stockée dans une matrice  $N * N$ .

L'étape 2.3.5, l'une des plus importantes de l'algorithme, transforme le problème physique à traiter, à savoir la détermination du trajet optimal de l'onde ultrasonore, en un problème mathématique, celui du parcours optimisé d'un graphe orienté [51]. Plusieurs hypothèses sur la propagation de l'onde sont utilisées afin d'optimiser le calcul de la matrice des temps de vol élémentaires. Ces hypothèses sont les conditions que doit respecter un trajet élémentaire afin d'être considéré comme valide :

L'onde ultrasonore ne peut pas se rétro-propager. Étant donné que les  $(P_i)_{i \in (1, \dots, N)}$  points sont classés dans l'ordre croissant de leur éloignement du point d'émission  $P_E$ , les trajets élémentaires allant d'un point  $i$  à un point  $j$  avec  $j < i$  sont donc considérés comme invalides. En conséquence, les longueurs de la partie diagonale inférieure de la matrice des longueurs  $(i, j < i)$  ne sont pas calculées, et mises par défaut à l'infini  $(+\infty)$ .

Un trajet élémentaire traversant une interface (ou un défaut) est invalide car il ne respecte pas le principe de Huygens : selon ce principe, une interface est interprétée comme un ensemble de sources secondaires, et une onde traversant cette interface est vue comme une diffraction depuis une source secondaire de l'interface. Cette onde doit donc être modélisée par deux trajets élémentaires : l'un représente la propagation de l'onde jusqu'à l'interface, le second représente la diffraction depuis une source secondaire de l'interface. Les trajets élémentaires traversant une interface sont donc invalides et sont affectés d'un temps de vol infini  $(+\infty)$ .

Les étapes du calcul effectuées pour chaque point  $(i, j)$  de la partie diagonale supérieure de la matrice des longueurs élémentaires sont les suivantes :

- Détection d'une intersection entre le trajet élémentaire  $(i, j)$  et les interfaces ou les défauts de la pièce. Si oui, la longueur élémentaire est infinie, sinon passage à l'étape suivante.
- Calcul de la longueur du trajet élémentaire  $(i, j)$ .

Pour le cas d'étude, l'application de ces étapes est illustrée en représentant quelques trajets élémentaires rencontrés durant l'exécution de l'étape 2.3.5. Les trajets valides sont représentés sur la *Figure 2.10* en flèches pleines et les trajets invalides par des flèches pointillées.

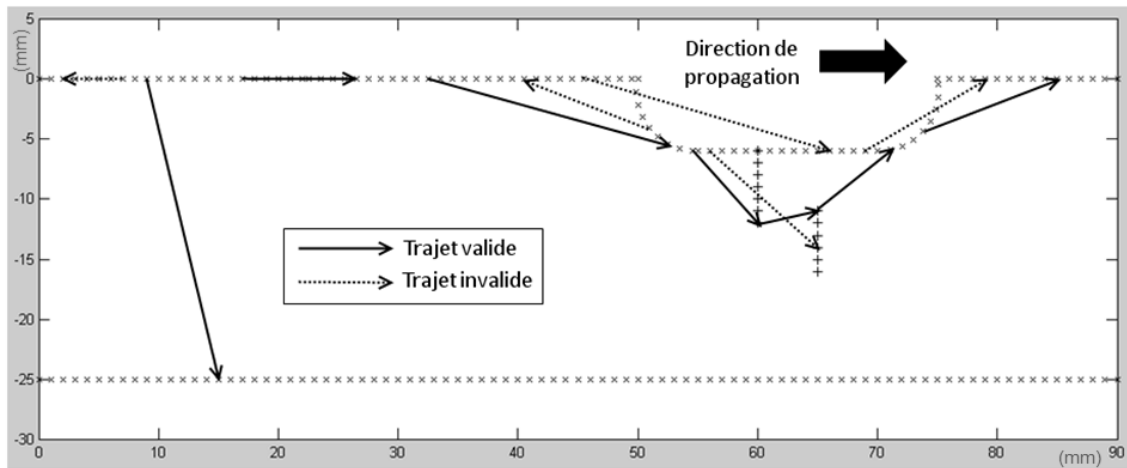


Figure 2.10 : Illustration de trajets élémentaires valides ou invalides dans le cas d'étude.

### 2.3.6. Stockage de la nature des trajets élémentaires

Durant l'étape 2.3.6, la localisation et la nature correspondante des trajets élémentaires validés par l'étape 2.3.5 sont déterminées : les trajets peuvent être volumiques dans la pièce et dans le milieu couplant/sabot, ou surfaciques le long de la surface d'entrée ou d'un défaut. Les natures des trajets élémentaires valides sont stockées dans une seconde matrice  $N * N$ .

### 2.3.7. Mise à jour du graphe orienté et de la nature des trajets élémentaires.

On ajoute les points des contraintes de passage  $\{C_l\}_{l \in (1, \dots, K)}$  à la collection des sources secondaires  $\{P_i\}_{i \in (1, \dots, N)}$ . La collection de points ainsi obtenue est de nouveau classée dans l'ordre croissant de leur éloignement au point d'émission  $P_E$ .

On dispose déjà des matrices des longueurs élémentaires et de la nature des trajets élémentaires :

- Soit par les étapes précédentes, si le calcul est effectué pour la première fois dans la configuration courante (pièce et défauts),
- Soit du fait d'un calcul antérieur utilisant la même configuration (pièces et défauts)

Ces matrices sont mises à jour afin de rendre compte de l'intégration des contraintes de passage dans la collection de points, car l'onde peut se propager d'un des points de ces contraintes à un ou plusieurs points des interfaces ou des défauts de la pièce. Après une nouvelle exécution des étapes 2.3.5 et 2.3.6, il faut donc ajouter les trajets élémentaires valides générés ayant comme origine ou extrémité un point de passage aux matrices des longueurs et des natures élémentaires existantes.

### 2.3.8. Construction du graphe orienté des temps de vol élémentaires

Au cours de cette étape, la matrice des temps de vol élémentaires va être créée à partir des matrices des longueurs et des natures des trajets élémentaires. Afin d'intégrer les contraintes des points de passage sur le trajet, les temps de vol élémentaires de certains blocs de la matrice seront mis à l'infini (la valeur d'un trajet élémentaire invalide) pour imposer au trajet de respecter les contraintes  $C_i$ . Nous allons maintenant décrire en détail le calcul de cette matrice pour les différents cas rencontrés. Les deux cas les plus simples (a et b) sont présentés ci-après et les cas les plus complexes sont donnés en Annexe B.

a) Cas d'un trajet sans contrainte et un seul quadruplet de modes de propagation

Il s'agit du cas le plus simple. L'algorithme dispose d'un quadruplet de modes de propagation  $T = (V_{\text{volume}, \text{pièce}}, V_{\text{volume}, \text{couplant}}, V_{\text{surface}, \text{pièce}}, V_{\text{surface}, \text{défaut}})$ , d'une matrice des longueurs des trajets élémentaires, et d'une matrice de la nature des ondes issues des étapes précédentes. Le temps de vol courant  $\tau_{ij}$  du trajet élémentaire  $P_i P_j$  est pris égal au rapport de la longueur  $l_{ij}$  du trajet élémentaire  $P_i P_j$  (issu de la matrice des longueurs) par l'une des quatre vitesses de propagation du quadruplet  $T$  sélectionnée dans la matrice des natures des trajets. Pour un trajet invalide, le temps de vol associé vaudra naturellement  $+\infty$ .

La matrice des temps de vol élémentaires est ainsi calculée en tenant compte des caractéristiques de la matrice des longueurs élémentaires obtenue au cours de l'étape 2.3.5. Dans le cas d'une propagation sans contraintes, avec un seul quadruplet de modes de propagation, la matrice des temps de vol élémentaire prend alors la forme donnée sur la Figure 2.11.

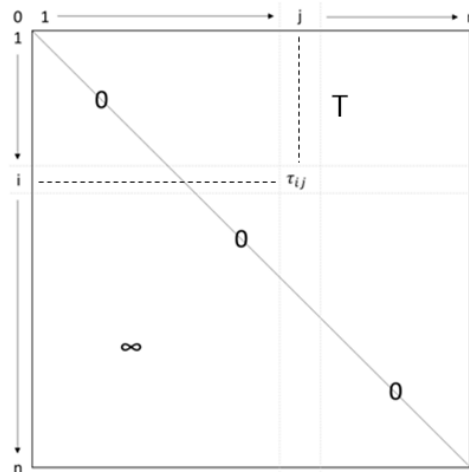


Figure 2.11 : Matrice des temps de vol élémentaires pour une propagation sans contraintes et avec un seul quadruplet  $T$ .

Les éléments diagonaux de la matrice représentent le temps de vol nul pour un trajet  $(i, i)$ . Les éléments du triangle inférieur de la matrice valent  $+\infty$ , car il s'agit des trajets

invalides de rétro-propagation où  $i > j$ . Enfin, tous les éléments de triangle supérieur sont calculés en fonction de la matrice des longueurs, de la matrice des natures et du quadruplet  $T$ , comme indiqué dans le paragraphe précédent : le temps de vol courant  $\tau_{ij}$  du trajet élémentaire peut valoir  $l_{ij} / V_{\text{volume, pièce}}$ ,  $l_{ij} / V_{\text{volume, couplant}}$ ,  $l_{ij} / V_{\text{surface, pièce}}$ ,  $l_{ij} / V_{\text{surface, défaut}}$  ou  $+\infty$  en fonction de la nature du trajet élémentaire et de sa validité.

- b) Cas d'un trajet avec la contrainte d'un seul point de passage et un seul quadruplet de modes de propagation

Par rapport au cas a, on fixe un point de passage référencé dans les matrices des longueurs et des natures par la position  $i$ . Un même quadruplet  $T$  de modes de propagation est défini sur les trajets avant et après le point de contrainte  $i$ . Afin d'imposer que le trajet passe obligatoirement par ce point  $i$ , il est nécessaire qu'aucun trajet élémentaire ne permette à l'onde de « sauter » ce point de contrainte, c'est-à-dire que tous les trajets élémentaires  $(j, k)$  avec  $j < i$  et  $k > i$  soient impossibles. De ce fait, la seule solution de l'algorithme pour tracer un trajet sera de faire passer l'onde au minimum par un trajet élémentaire  $(j, i)$ , puis par un second trajet élémentaire  $(i, k)$ .

L'interdiction des trajets  $(j, k)$  avec  $j < i$  et  $k > i$  se traduit dans la matrice des temps de vol par l'invalidation de tous les temps de vol  $\tau_{j k}$  compris dans le bloc défini par  $j < i$  et  $k > i$ . Au cours de l'exécution de l'étape 2.3.8, l'intégration de la contrainte du cas b dans la construction de la matrice des temps de vol consiste donc à mettre arbitrairement les temps de vol de ce bloc à  $+\infty$  (cf. Figure 2.12).

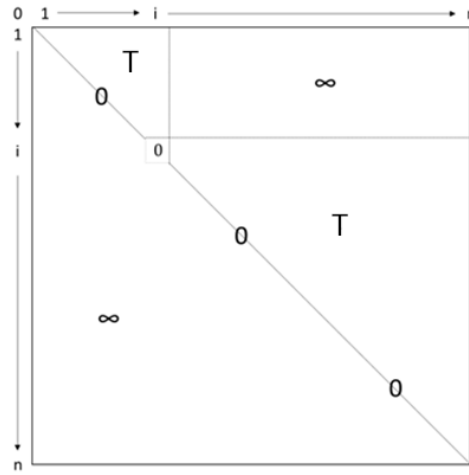


Figure 2.12 : Matrice des temps de vol élémentaires pour une propagation avec un seul point de contrainte  $i$  et avec un seul quadruplet  $T$ .

Comme dans le cas a, les temps de vol de la partie triangulaire inférieure de la matrice valent  $+\infty$  et les éléments diagonaux valent 0. La prise en compte d'un point de contrainte se traduit donc par la mise à  $+\infty$  d'un bloc de la matrice des temps de vol élémentaires.

### 2.3.9. Parcours optimisé du graphe orienté

A cette étape du calcul, on dispose :

- D'une collection de sources secondaires  $\{P_i\}_{i \in (1, \dots, N)}$  comprenant les points des contraintes de passage et les points sur les interfaces de la pièce.
- D'une matrice de temps de vol  $\tau_{jk}$  des trajets élémentaires entre sources secondaires.

L'objectif de l'étape 2.3.9 est de déterminer le parcours optimisé de l'onde entre le point d'émission  $P_E$  (contrainte  $C_1$ ) et le point de réception  $P_R$  (contrainte  $C_K$ ).

L'ensemble constitué de la collection des sources secondaires et de la matrice des temps de vol élémentaires est un graphe orienté, dont la représentation schématisée est donnée *Figure 2.13* pour une recherche de parcours optimal entre les points de passage courants  $P_E$  et  $P_R$ . Les points  $\{P_i\}_{i \in (1, \dots, N)}$  sont les points de l'interface de la pièce ( $l = 8$  dans l'exemple de la *Figure 2.13*) et la valeur des traits représente le temps de vol élémentaire entre deux points.

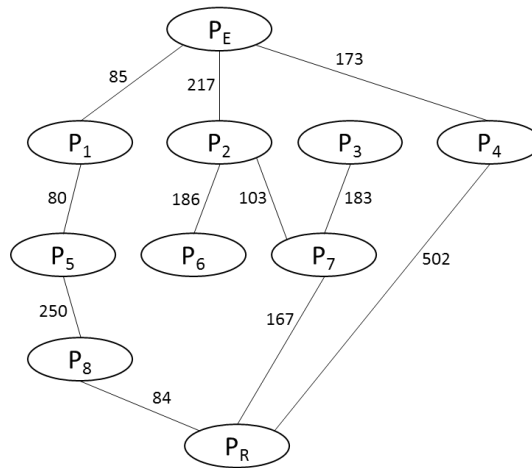


Figure 2.13 : Schéma d'un graphe orienté

Le problème physique du calcul du trajet optimal de l'onde se réduit alors à un problème d'optimisation, à savoir la détermination du parcours minimisant le temps de vol entre deux points d'un graphe orienté ( $P_E$  et  $P_R$  dans le cas de la *Figure 2.13*). La détermination du parcours s'effectue en utilisant l'algorithme de Dijkstra, couramment utilisé dans la littérature [52].

L'algorithme de Dijkstra est l'une des méthodes itératives permettant de résoudre le problème du parcours optimal dans un graphe orienté. Il utilise le principe d'« exploration à partir du meilleur » : le point initial étant fixé, la recherche du parcours optimal entre ce point et un point courant se fait en utilisant les parcours optimaux entre le point initial et les points proches du point courant qui ont été trouvés lors des itérations précédentes. Cette approche permet à l'algorithme de Dijkstra d'avoir un temps d'exécution inférieur à  $n^2$  ( $n$  le nombre de sommets du graphe). Il est donc particulièrement bien adapté au cas décrit ici, car les sommets du graphe, issus pour la majorité de la discrétisation des

surfaces de la pièce, peuvent être très nombreux. D'autre part, cet algorithme est conçu pour refuser les trajets élémentaires à temps de vol négatif. En interprétant les temps de vol infinis calculés dans l'étape 2.3.8 comme des temps de vol négatifs, il n'est donc pas utile de remanier le graphe orienté en supprimant les trajets élémentaires invalides, d'où un gain de temps d'exécution. Enfin, l'algorithme de Dijkstra n'a pas de problème de stabilisation : lorsque le sommet d'arrivée est atteint pour la première fois par un trajet, ce trajet est choisi comme étant le parcours optimal. Il n'est pas nécessaire de calculer d'autres sommets supplémentaires pour stabiliser le résultat obtenu, ce qui autorise un arrêt prématuré du calcul dès que le sommet d'arrivée est atteint.

Ainsi, durant l'étape 2.3.9, l'algorithme de Dijkstra est exécuté entre  $P_E$  et  $P_R$ . On obtient le trajet optimal entre  $P_E$  et  $P_R$ , qui est constitué d'un ensemble de trajets élémentaires, et le temps de vol associé au trajet optimal. À l'aide de la matrice de nature des trajets élémentaires calculée en 3.6, on peut connaître la nature de l'onde sur chaque trajet élémentaire.

Le calcul d'un trajet optimal d'onde de tête pour un couple de point émetteur/récepteur du cas d'étude est donné en trait plein sur la Figure 2.14. Le trajet obtenu est le résultat de plusieurs diffractions sur la surface d'entrée de la pièce et sur un défaut. À chaque étape du trajet, la nature de l'onde est indiquée. Enfin, au niveau du point récepteur, le temps de vol associé au trajet et calculé par l'algorithme de Dijkstra est donné.

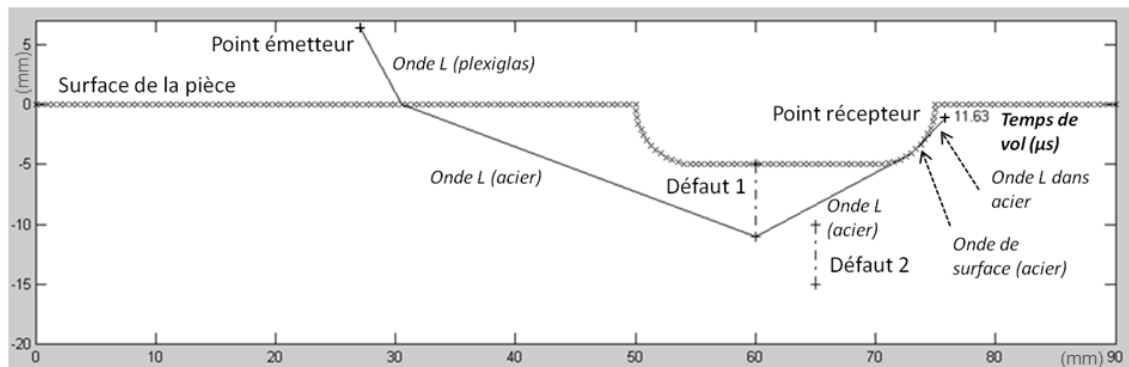


Figure 2.14 : Calcul du trajet de l'onde de tête pour un point d'émission et un point de réception donnés dans le cas d'étude

### 2.3.10. Données de sortie

On obtient ainsi les données complètes de la propagation de l'onde entre  $P_E$  et  $P_R$ , à savoir :

- le trajet optimal respectant les contraintes de passage  $\{C_l\}_{l \in \{1, \dots, K\}}$  et constitué d'un ensemble de trajets élémentaires,
- le temps de vol associé au trajet optimal,
- la liste de nature de l'onde le long de chaque trajet élémentaire constituant le trajet optimal.



Dans le cas d'étude, l'algorithme est exécuté pour vingt-trois couples de points émetteur/récepteur, les points récepteurs se répartissant le long de la ligne d'observation décrite dans la section 2.3.1. Grâce aux différentes optimisations effectuées, le temps d'exécution de l'algorithme est de 20 secondes pour les 20 couples de points émetteur/récepteur (sur un cœur de processeur Intel Xeon récent). Le trajet optimal, le temps de vol associé à chaque trajet, et les points de discrétisations de la surface d'entrée de la pièce et des défauts, sont ainsi reproduits sur la *Figure 2.15*.

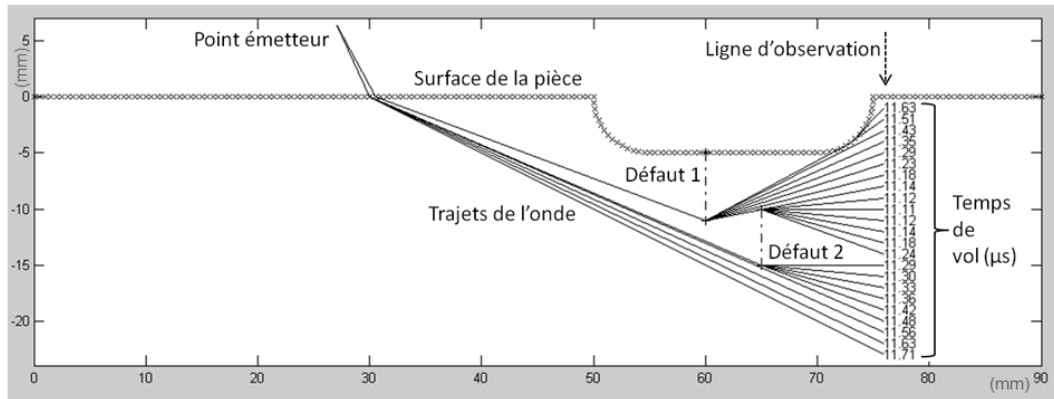


Figure 2.15 : Trajets en ondes longitudinales entre un point émetteur et plusieurs points récepteurs situés sur une ligne, avec représentation des temps de vol associés (en  $\mu s$ ).

On observe sur la *Figure 2.15* que les trajets optimaux déterminés par l'algorithme tiennent compte des interactions entre le champ ultrasonore et la surface d'entrée et des défauts de la pièce. En effet, les rayons émis au point émetteur sont réfractés dans la pièce sur la surface d'entrée. Ces rayons sont ensuite diffractés par les bords des défauts 1 et 2. On notera de plus que pour le point d'observation le plus proche de la surface d'entrée, le trajet rayon calculé implique une interaction entre l'onde et la partie courbe de la surface. Pour chacun des points d'observation, le temps de vol associé au trajet rayon calculé est donné par l'algorithme et indiqué sur la *Figure 2.15* le long de la ligne d'observation.

En conclusion, l'algorithme que nous avons développé permet de calculer le trajet le plus court d'une onde ultrasonore en définissant des contraintes de passage ainsi que des conditions de propagation sur la nature de l'onde. Nous allons maintenant vérifier la validité des trajets calculés par l'algorithme en l'appliquant à plusieurs cas d'inspection TOFD et en les comparant aux résultats obtenus à l'aide de simulations numériques par éléments finis CIVA/Athena.

## 2.4. APPLICATION DE L'ALGORITHME DE TRACÉ DE RAYONS (GRTT)

Dans la partie 2.4 de ce chapitre, nous allons comparer les trajets des ondes ultrasonores calculés par l'algorithme de tracé de rayons développé avec les instantanés du champ de déplacement obtenu à l'aide de simulations CIVA/Athena pour plusieurs inspections TOFD. L'objectif de cette comparaison est d'identifier la nature des rayons à l'origine des fronts d'ondes observés sur les instantanés, afin de valider théoriquement les résultats de l'algorithme, et de vérifier l'hypothèse de propagation de l'onde de tête sur interfaces irrégulières formulée au chapitre précédent.

Tout d'abord, la méthode utilisée pour déterminer la nature de la propagation d'une onde correspondant à un front particulier observé dans un instantané du champ de déplacement est détaillée en section 2.4.1. Cette méthode d'identification des fronts est ensuite utilisée dans les sections 2.4.2 et 2.4.3 sur les seuls fronts d'onde pertinents pour l'étude de la propagation des ondes de tête.

### 2.4.1. Méthodologie

Comme observé dans la section 1.3.3, les instantanés CIVA/Athena du champ obtenus lors d'une simulation TOFD sur une interface irrégulière comportent de nombreux fronts. En conséquence, il est nécessaire d'identifier la nature des rayons qui ont généré ces fronts d'onde.

La méthodologie suivante est choisie pour identifier la nature d'un front particulier simulé sous CIVA/Athena :

- Le front d'onde étudié est identifié sur l'instantané du champ comme le maximum local du champ de déplacement.
- Une hypothèse appropriée sur la propagation de l'onde et les interactions avec la surface d'entrée est formulée par l'utilisateur de l'algorithme GRTT afin d'expliquer la génération du front d'onde étudié.
- Considérant l'hypothèse formulée ci-dessus, l'algorithme GRTT construit des trajets rayons jusqu'à ce que leur temps de parcours corresponde au temps d'acquisition de l'instantané du champ.
- Le front d'onde résultant simulé par l'algorithme GRTT et correspondant au temps d'acquisition de l'instantané est alors dessiné en traçant la courbe orthogonale à chaque trajet rayon trouvé dans l'étape précédente.
- Le front d'onde simulé par l'algorithme GRTT est alors superposé à l'instantané du champ, et sa position est comparée à celle du front d'onde étudié simulé par CIVA/Athena afin de valider l'hypothèse de propagation choisie.

L'identification de la nature des fronts d'onde par comparaison des simulations par le GRTT et par CIVA/Athena est effectuée uniquement pour les fronts d'ondes dont l'étude

est utile à la compréhension de la propagation des ondes de tête. Cependant une analyse similaire pourrait être faite pour tous les autres fronts d'onde présents sur les instantanés du champ ultrasonore. La méthode décrite précédemment est donc appliquée aux fronts d'onde suivants :

- Le front de l'onde longitudinale réfractée (*Figure 2.16a*), dont la diffraction sur la seconde partie courbe de la surface de l'échantillon est responsable de la propagation de l'onde de tête en direction du récepteur (comme dit en section 1.3.3).
- Le front de l'onde de tête L reçue en premier sur le récepteur (*Figure 2.17a*).
- Le front de l'onde T reçue juste après l'onde de tête L sur le récepteur (*Figure 2.17b*).
- Le front de l'onde T se propageant dans la pièce à l'aplomb du récepteur (*Figure 2.17c*).

Les instantanés du champ ultrasonore au cours d'une inspection TOFD sont acquis à plusieurs instants de propagation à l'aide du logiciel CIVA/Athena de la même façon qu'en partie 1.4 pour plusieurs interfaces irrégulières. Les instants de propagation sont choisis de sorte à mettre en valeur les quatre fronts d'ondes sélectionnés précédemment. L'inspection TOFD est effectuée au contact avec des sabots en plexiglas ( $V_L = 2680\text{m.s}^{-1}$  et  $V_T = 1320\text{m.s}^{-1}$ ) sur une pièce en acier inoxydable ( $V_L = 5650\text{m.s}^{-1}$  et  $V_T = 3060\text{m.s}^{-1}$ ).

Les résultats de comparaison entre les simulations CIVA/Athena et les simulations de l'algorithme GRTT sont donnés dans les figures de la section 2.4.2 et 2.4.3. Dans chaque figure, les trajets rayons (lignes blanches) et le front d'onde (ligne noire) calculés par le GRTT sont superposés à l'instantané du champ simulé par CIVA/Athena (en code couleur), et la surface d'entrée (ligne rouge) et le fond (ligne bleue pointillée) de la pièce sont indiqués.

#### 2.4.2. Résultats de simulation par GRTT dans une pièce présentant un affouillement

La *Figure 2.16* montre la simulation numérique de la propagation des ondes ultrasonores près d'une pièce présentant en surface un affouillement à bords courbes similaire à celui de la *Figure 2.2d* pour l'étude du front de l'onde L réfractée dans la pièce.

Le temps d'exécution pour la construction des rayons ainsi que du front d'onde par le GRTT dépendent de la précision souhaitée sur le temps de vol : une augmentation de celle-ci multiplie le nombre de tracés de rayons nécessaires pour l'atteindre. Pour une précision sur le temps de vol de l'ordre de  $0.1\mu\text{s}$  avec un processeur Intel Xeon récent, le temps de calcul de la simulation CIVA/Athena pour l'instantané du champ de la *Figure 2.16a* est d'environ 1h15, celui de l'algorithme GRTT pour construire le front d'onde d'environ 5min. Cependant les temps de calcul du GRTT sont obtenus pour des exécutions de l'algorithme sous Matlab et pourraient être réduits en réécrivant le code de l'algorithme en C++.

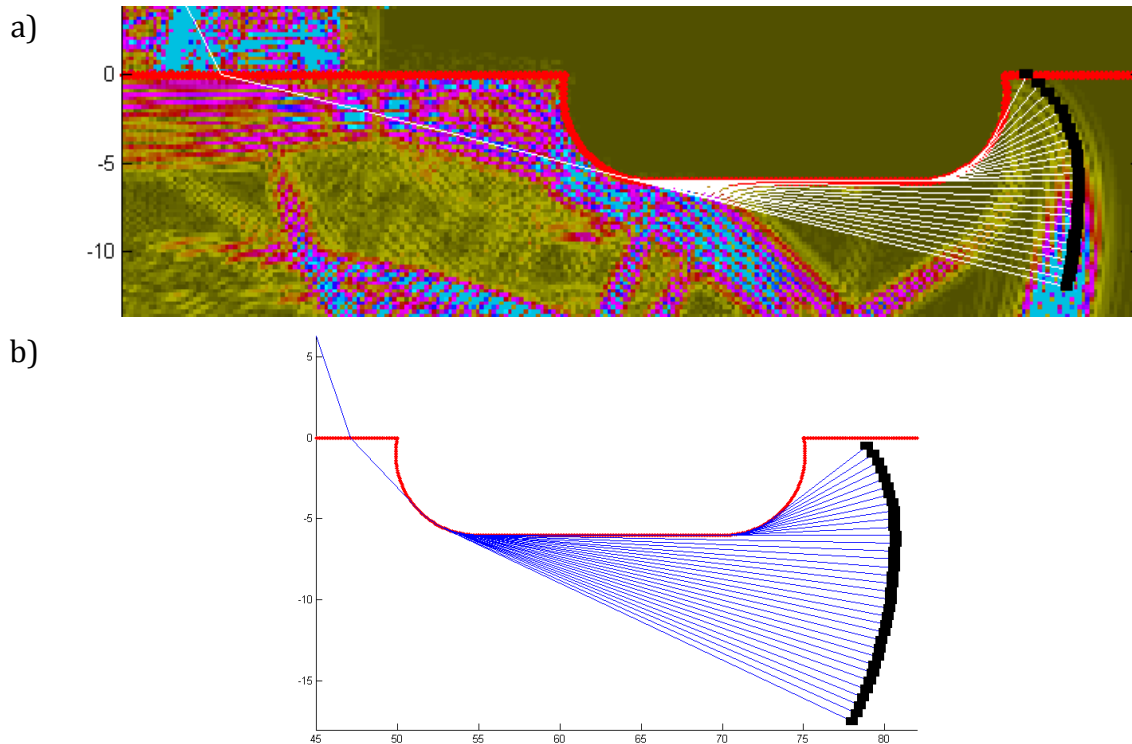


Figure 2.16 : a) Superposition de l'instantané du champ simulé par CIVA/Athena (représenté en code de couleurs) et des rayons (en blanc) et du front (en noir) simulés par GRTT, dans l'hypothèse d'une diffraction sur la courbure de l'affouillement de l'onde longitudinale réfractée dans la pièce. La surface d'entrée de la pièce est en rouge, le fond de la pièce se situe au-delà de la figure. b) Tracé de rayons (en bleu) et calcul du front (en noir) de l'onde longitudinale diffractée sur la courbure de l'affouillement pour un capteur émetteur proche de l'irrégularité.

Les trajets rayons simulés par l'algorithme sont obtenus en considérant l'hypothèse d'une diffraction de l'onde longitudinale réfractée dans la pièce sur les bords courbes de l'irrégularité sans conversion de mode ni contrainte de passage. Les trajets rayons sont donc calculés par l'algorithme entre un point source positionné au centre du capteur émetteur et une série de points d'observations situés dans le volume de la pièce après la seconde partie courbe sur la droite de la *Figure 2.16a*, dans la zone d'ombre formée par la première partie courbe sur la gauche. Ces trajets rayons montrent que l'onde émise est réfractée dans le volume de la pièce, puis qu'elle s'attache tangentiellement à la première partie courbe de la surface avant de se propager sous forme de rayons rampants le long de cette partie courbe (décrits en *Figure 1.22*). Comme montré en *Figure 2.16b*, le parcours en rayons rampants sur la première partie courbe s'allonge quand le capteur se rapproche de l'affouillement. Ces rayons rampants sont ensuite diffractés à la fois dans le volume de la pièce tout au long de leur propagation courbe ainsi qu'en un rayon de surface le long de la partie plane de l'affouillement. Le rayon de surface est alors converti de nouveau à la jonction avec la deuxième partie courbe de la surface en un second rayon rampant, qui diffracte des rayons de volume se détachant tangentiellement de la surface courbe dans la zone d'ombre formée par l'irrégularité de la surface.

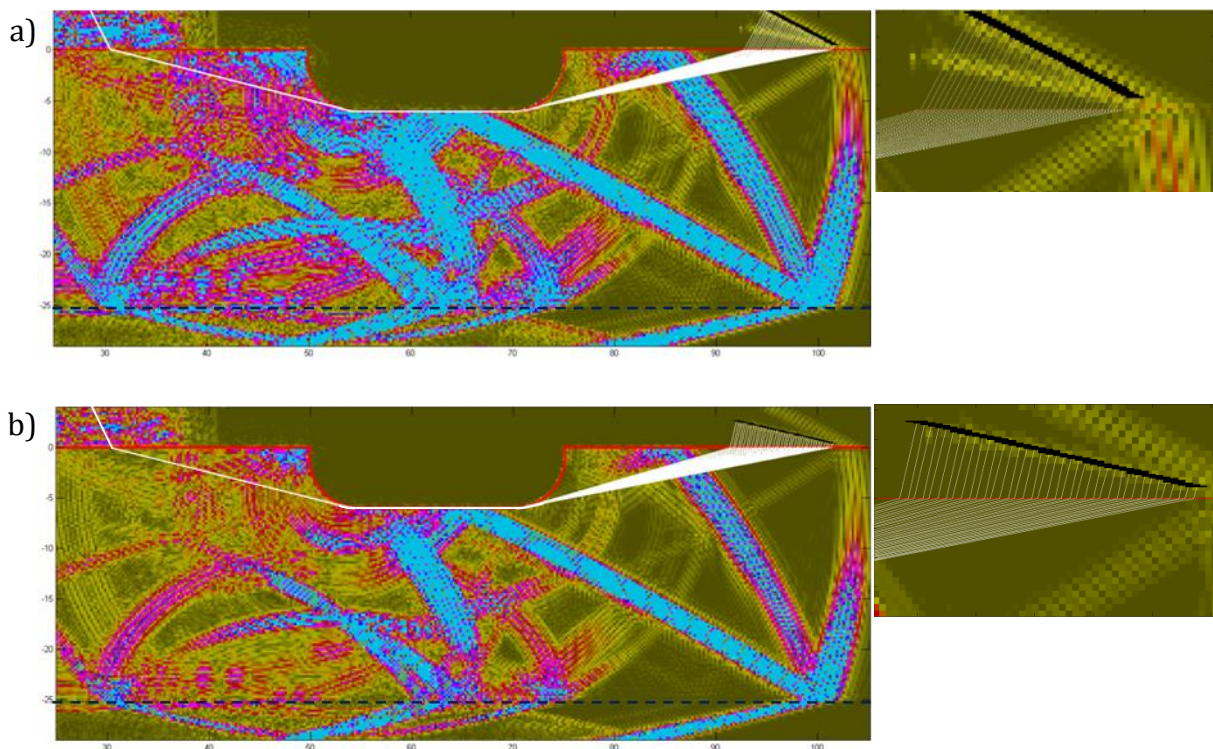
Comme on peut le voir en *Figure 2.16a*, le front d'onde calculé est le résultat de la diffraction des deux parties courbes de l'affouillement. La comparaison de ce front d'onde calculé par l'algorithme avec celui obtenu sous CIVA/Athena montre une excellente adéquation des deux fronts, validant ainsi les résultats de l'algorithme. Nous allons maintenant nous focaliser sur l'étude du champ ultrasonore au voisinage du capteur récepteur de l'inspection TOFD afin de valider l'hypothèse de propagation de l'onde de tête effectivement reçue.

### 2.4.3. Validation de l'hypothèse de propagation de l'onde de tête sur l'affouillement

L'hypothèse formulée dans le chapitre 1 est que le signal de l'onde de tête reçue au cours d'une inspection TOFD sur une pièce comportant une surface d'entrée très irrégulière n'est plus dû à une propagation surfacique comme dans le cas d'une interface plane ou très peu chahutée, mais à une propagation volumique induite par la diffraction du champ ultrasonore sur les irrégularités de l'interface.

Pour valider cette hypothèse, les fronts des ondes calculés par l'algorithme et par CIVA/Athena sont comparés au voisinage de la surface réceptrice de l'inspection dans le but d'identifier les mécanismes de propagation responsables du signal de l'onde de tête acquis.

La pièce inspectée comporte toujours un affouillement à bords courbes (*Figure 2.2d*). Trois hypothèses sur la propagation de l'onde diffractée au voisinage du sabot du capteur récepteur sont formulées et donnent les fronts calculés dans les *Figure 2.17a*, *Figure 2.17b* et *Figure 2.17c*.



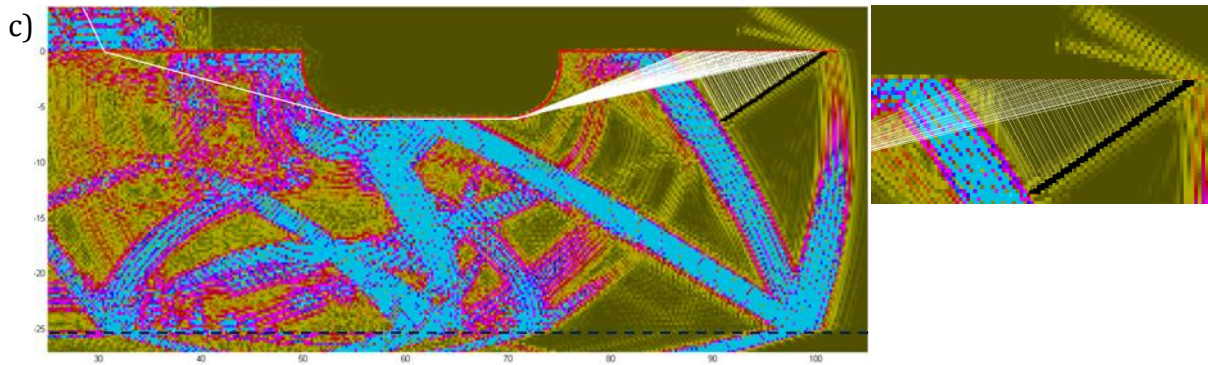


Figure 2.17 : A gauche, modélisation des fronts d'ondes près du capteur récepteur par l'algorithme GRTT. À droite, zoom sur les fronts simulés.

- a) Hypothèse d'une propagation du champ longitudinal sans conversion de mode et sans contraintes : onde de tête L reçue sur le capteur.
- b) Hypothèse d'une propagation du champ longitudinal avec conversion de mode à l'interface pièce/sabot : onde T reçue sur le capteur.
- c) Hypothèse d'une réflexion de l'onde longitudinale avec conversion de mode à l'interface pièce/sabot : onde T dans la pièce.

Comme sur la *Figure 2.16*, l'onde longitudinale réfractée dans la pièce est diffractée sur les bords courbes à gauche et à droite de l'affouillement situé entre les sabots des deux capteurs. Pour la *Figure 2.17a*, une réfraction de l'onde longitudinale sans conversion de mode à l'interface entre le sabot récepteur et la pièce est supposée : cette hypothèse de propagation de l'onde de tête reçue n'implique l'utilisation d'aucune contrainte dans l'algorithme GRTT. Sur la *Figure 2.17b*, une réfraction de l'onde avec conversion de mode en onde transversale est supposée : pour cela, une contrainte de passage constituée des points composant l'interface entre le sabot récepteur et la pièce est donnée à l'algorithme, et la vitesse des ondes volumiques dans le sabot le long du trajet après passage par cette contrainte est définie comme la vitesse des ondes transversales. Enfin, sur la *Figure 2.17c*, une hypothèse de réflexion de l'onde longitudinale en onde transversale à l'interface est émise : la même contrainte de passage qu'en *Figure 2.17b* est mise en place, avec une vitesse des ondes volumiques dans la pièce après passage de la contrainte prise à celle des ondes transversales.

Comme observé dans les *Figure 2.17a*, *Figure 2.17b* et *Figure 2.17c*, les fronts calculés par l'algorithme de tracé de rayons correspondent parfaitement aux fronts calculés par simulations numériques. Nous pouvons donc en conclure que l'onde de tête observée en *Figure 2.17a* correspond bien à la propagation de l'onde longitudinale dans le volume de la pièce suite à plusieurs diffractions sur les irrégularités de l'interface. Ces mêmes diffractions sont responsables du front de l'onde T reçue sur le capteur (*Figure 2.17b*), qui arrive chronologiquement après l'onde de tête, ainsi que du front de l'onde T réfléchi à l'intérieur de la pièce (*Figure 2.17c*).

Afin de conforter la conclusion sur la nature de la propagation de l'onde de tête, la simulation du front suivant l'hypothèse d'une propagation de l'onde longitudinale le long de l'interface irrégulière sans aucune propagation dans le volume de la pièce est présentée



sur la Figure 2.18. Cette hypothèse se traduit lors de l'emploi du GRTT par l'annulation de la vitesse de propagation des ondes de volume dans la pièce.

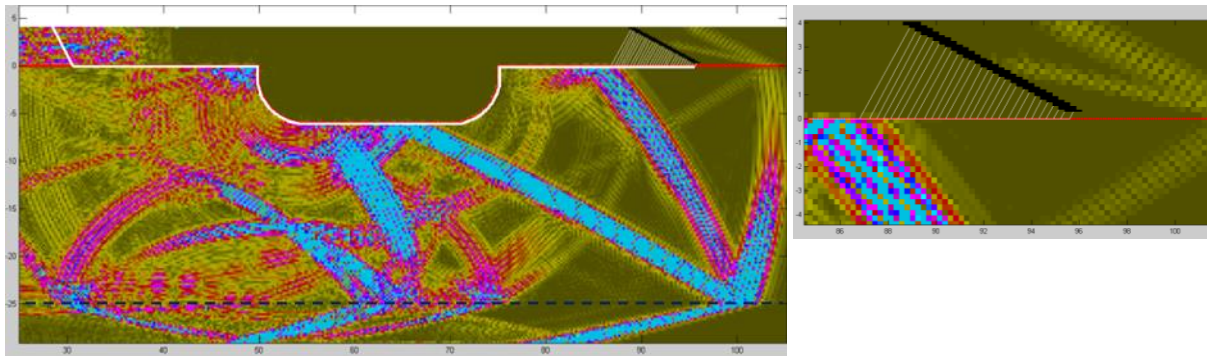


Figure 2.18 : Hypothèse d'une propagation du champ longitudinal sans propagation dans le volume de la pièce

L'hypothèse de propagation donnant lieu au tracé de rayons de la *Figure 2.18* implique la génération classique à l'angle critique d'ondes de tête sur interface plane. Une onde longitudinale rasante se formerait ainsi à l'interface entre le sabot émetteur et la pièce. Cette onde rasante se propagerait ensuite le long de la surface puis rayonnerait à l'angle critique une onde de tête longitudinale en direction du récepteur. Cependant, le front d'onde correspondant calculé par l'algorithme n'est pas en accord avec le front de l'onde de tête étudié dans le cas de la *Figure 2.17a* et obtenu par simulations numériques.

Les observations effectuées sur la *Figure 2.18* confirment donc que le mécanisme de propagation volumique de l'onde de tête permet d'expliquer les résultats obtenus lors d'une inspection TOFD sur une interface irrégulière.

## CONCLUSION DU CHAPITRE

Nous avons développé un algorithme de tracé de rayons permettant de calculer la propagation d'une onde ultrasonore entre deux points et utilisant le Principe de Fermat Généralisé. Cet algorithme générique est une adaptation au domaine du Contrôle Non Destructif des tracés de rayons développés en géophysique : il est optimisé pour prendre en charge la propagation des ondes au voisinage d'interfaces fortement irrégulières en utilisant uniquement une discrétisation des surfaces irrégulières et des défauts de la pièce, plutôt qu'une discrétisation de l'ensemble du milieu de propagation comme le font d'autres algorithmes de tracé de rayons en sismique. Cette approche est valable pour un milieu de propagation constitué de domaines homogènes (vitesse du son constante dans le domaine).

Les avantages de cet algorithme sont la prise en compte d'interfaces irrégulières quelconques (éventuellement définies par CAO) et de défauts présents dans la pièce, le traitement explicite des rayons diffractés et des rayons rampants dans les zones d'ombre de la pièce, ainsi que des conversions de modes d'ondes aux interfaces ou sur les défauts,

et le calcul de toutes les ondes (volumiques, surfaciques, ondes de tête, *etc.*) se propageant en direction d'un point d'observation prédéfini au cours d'une inspection TOFD.

En modélisant les interactions complexes du champ ultrasonore avec la géométrie irrégulière de la pièce, cet algorithme permet de prévoir correctement les fronts des ondes de tête de première arrivée, et valide ainsi l'hypothèse émise au chapitre 1, d'une propagation en volume de l'onde de tête sur une interface fortement irrégulière et incluant des diffractions sur les irrégularités de surface.

L'algorithme de tracé de rayons, ainsi validé, permet de déterminer le trajet de l'onde de tête : cela constitue la première étape d'un calcul complet de l'onde de tête selon l'approche de modélisation décrite en partie 1.4. Suivant cette approche, nous allons nous focaliser au chapitre 3 sur le développement de modèles rayon d'amplitude, applicables le long du trajet calculé de l'onde de tête, dans le but de simuler complètement l'écho que cette onde forme sur le récepteur.





# CHAPITRE 3 : DÉVELOPPEMENT DE MODÈLES

## RAYON POUR LE CALCUL EN AMPLITUDE DE L'ONDE DE TÊTE

### RÉSUMÉ

La diffraction de l'onde de tête sur des irrégularités cylindriques et des affouillements implique la présence de rayons rampants le long des parties courbes et de rayons rasants le long des parties planes. L'objectif de ce chapitre est d'établir des modèles d'amplitude pouvant être appliqués sur ces rayons, afin de calculer la perte d'amplitude induite par la diffraction de l'onde de tête sur les irrégularités surfaciques.

Dans un premier temps, un modèle de rayon rampant a été développé dans le cas acoustique afin de disposer d'une première évaluation de l'amplitude des ondes de tête en mode longitudinal (seul cas traité dans notre étude en élastodynamique) et de comprendre plus simplement le formalisme GTD des rayons rampants. Ce modèle GTD asymptotique est obtenu en effectuant la transformée de Watson-Sommerfeld de la solution exacte du problème de diffraction d'une onde plane sur un cylindre vide, calculée par la méthode de Séparation de Variables (SOV). La variation d'amplitude de l'onde de tête pour des irrégularités cylindriques est évaluée par ce modèle en milieu acoustique.

Dans un second temps, notre étude se focalise sur le cas élastodynamique, afin de rendre compte d'un milieu de propagation plus réaliste, ainsi que de l'influence des conversions de mode  $L \leftrightarrow T$ . Deux modèles rayon d'amplitude, issus de la solution SOV exacte, sont proposés pour le rayon rampant : le premier est la solution asymptotique SOV en champ lointain, et le second est le modèle GTD asymptotique du rayon rampant. Une comparaison de ces deux modèles a été effectuée pour plusieurs cas d'étude. Elle montre que les deux modèles sont équivalents au modèle SOV exact en dehors du voisinage de la frontière d'ombre, mais que le modèle GTD asymptotique du rayon rampant n'est pas précis au voisinage de cette frontière. Ce résultat motive le choix de retenir la solution asymptotique SOV en champ lointain, pour modéliser le rayon rampant au sein du modèle complet de l'onde de tête intégré au logiciel CIVA.

En dernier lieu, une modélisation de l'amplitude de l'onde de tête est proposée pour un affouillement. La propagation de l'onde de tête fait alors intervenir deux rayons rampants reliés par un rayon rasant le long de la partie plane de l'affouillement. La divergence de ce rayon rasant est évaluée empiriquement à l'aide d'une simulation numérique par éléments finis dans le cas de notre étude.

On dispose ainsi des modèles rayon d'amplitude nécessaires à la réalisation d'une simulation complète de l'onde de tête en inspection TOFD sur géométries courbes et sur affouillements.

## INTRODUCTION

Au cours du chapitre 2, la méthode de tracé de rayons développée a permis de valider le trajet et le front de l'onde de tête se propageant le long d'une surface irrégulière. Des phénomènes de diffraction sur les irrégularités de surface ont été mis en évidence (cf. partie 1.3 et 2.4 pour le trajet). La seconde étape de l'approche de modélisation établie en partie 1.4 consiste à construire des modèles rayon d'amplitude de l'onde de tête le long du trajet de cette dernière, et en particulier au cours de la diffraction de l'onde de tête sur les irrégularités de l'interface.

Les irrégularités étudiées au cours de ce chapitre, permettant de répondre aux besoins industriels de modélisation présentés au cours de l'introduction générale, sont les irrégularités courbes (*Figure 2.2b*) et les irrégularités en forme d'affouillement (*Figure 2.2b*). Or l'étude de la diffraction des ondes de tête sur de telles irrégularités implique le développement de modèles d'amplitude pour les rayons rampants : l'hypothèse d'une propagation de l'onde de tête sous forme de rayons rampants a été motivée par les observations numériques du chapitre 1 et par les trajets rayons obtenus au chapitre 2. Sur la *Figure 3.1*, la diffraction de l'onde de tête sur une surface d'affouillement (en rouge) est représentée sous forme de rayons (en bleu) faisant apparaître des rayons rampants sur les parties courbes de l'affouillement.

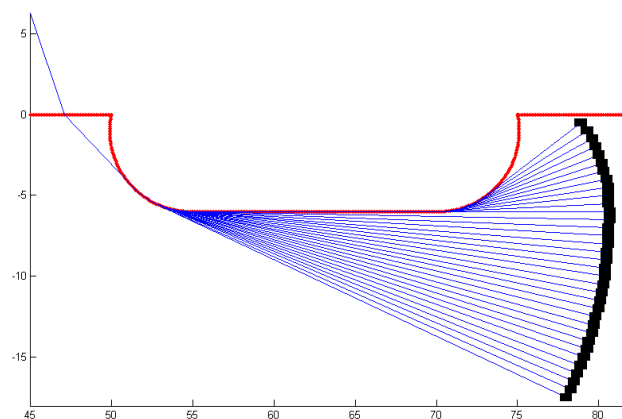


Figure 3.1 : Diffraction de l'onde de tête sur un affouillement. Le front de l'onde est en noir, les rayons modélisant la propagation de l'onde sont en bleu.

Les rayons rampants sont la représentation asymptotique à haute fréquence, prédite et décrite par la GTD [1] (théorie introduite dans la partie 1.4 du manuscrit), de la diffraction d'une onde sur une surface courbe. Ces rayons rampants ont été étudiés en particulier dans le domaine des ondes électromagnétiques, sous l'appellation d'ondes de Franz [53–55], ainsi qu'en acoustique [49] et en élastodynamique [56].

Le modèle GTD asymptotique du rayon rampant est issu du problème de la diffraction d'une onde plane par un cylindre. Ce problème de diffraction autour d'un cylindre se résout par la méthode de séparation des variables [57–59] donnant l'expression du champ diffracté sous la forme d'une combinaison linéaire de fonctions de Hankel et de

Bessel. L'application de la transformée de Watson-Sommerfeld [60,61] à cette solution met en évidence la propagation d'ondes circonférentielles autour du cylindre, sous la forme de rayons rampants.

La première partie de ce chapitre sera donc consacrée à l'application de la transformation de Watson-Sommerfeld à la solution exacte SOV en milieu acoustique, dans le cas de la diffusion d'une onde cylindrique par un cylindre vide, et par un demi-cylindre formant une irrégularité de surface. L'objectif de cette mise en application est de voir, dans un cas simple, comment un modèle asymptotique de rayon rampant est extrait de la formulation SOV exacte, et comment ce modèle peut être adapté à notre cas pour servir de modèle de diffraction de l'onde de tête sur une irrégularité cylindrique.

Les modèles présentés et développés au cours de ce chapitre s'appliquent à une source émettant une onde harmonique de pulsation  $\omega$ . La dépendance temporelle  $e^{-i\omega t}$  des champs de pression et de déplacement sera omise.

### 3.1. MODÈLE DE DIFFRACTION ACOUSTIQUE SUR CYLINDRE ET DEMI-CYLINDRE

#### 3.1.1. Solution analytique de la diffraction d'une onde cylindrique sur un cylindre vide en milieu fluide : méthode SOV (Separation of Variables)

Au cours de cette section, on s'intéresse tout d'abord au cas de la diffusion d'une onde émise par une source  $S$  dans un milieu fluide sur un cylindre vide, en un point d'observation  $Q$ . On se place dans le cadre d'une propagation 2D : la source  $S$  est une source linéique parallèle à l'axe du cylindre, et émettant une onde cylindrique de pression unitaire. Le schéma de la *Figure 3.2* décrit la configuration étudiée dans le plan  $(\vec{x}, \vec{y})$  orthogonal à l'axe du cylindre.

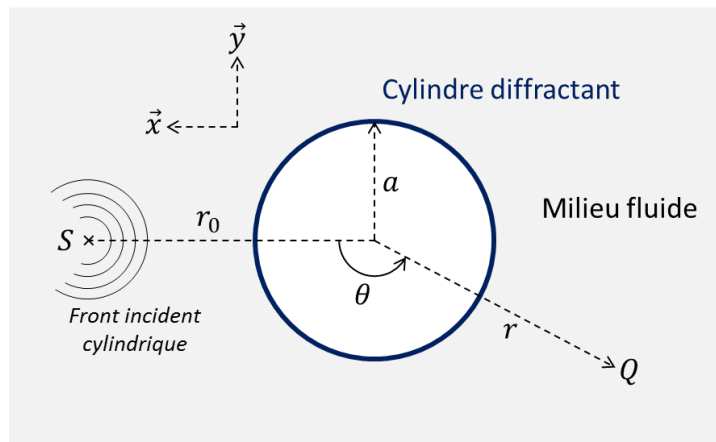


Figure 3.2 : Géométrie du problème de diffraction sur un cylindre vide en milieu fluide d'une onde cylindrique émise en  $S$  et reçue en  $Q$ .

Soit  $k$  le nombre d'onde de l'onde acoustique émise dans le milieu fluide, et  $a$  le rayon du cylindre diffractant. Dans le plan  $(\vec{x}, \vec{y})$ , la source linéique  $S$  se situe aux coordonnées polaires  $(r_0, 0)$ , et le point d'observation  $Q$  est repéré aux coordonnées polaires  $(r, \theta)$ . La pression  $p$  au point  $Q$  s'obtient par la méthode SOV [57] comme la somme de modes normaux  $n$  :

$$p(r, \theta) = \frac{i}{4} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} e^{in\theta} \left( J_n(kr_<) - \frac{J_n(ka)}{H_n^{(1)}(ka)} H_n^{(1)}(kr_<) \right) H_n^{(1)}(kr_>), \quad (3.1)$$

avec  $r_< = \inf(r_0, r)$ ,  $r_> = \sup(r_0, r)$ ,  $H_n^{(1)}(x)$  la fonction de Hankel du premier type et d'ordre  $n$  et  $J_n(x)$  la fonction de Bessel de première espèce.

L'expression (3.1) est la solution exacte du problème de diffusion d'une onde cylindrique sur un cylindre vide, et intègre toutes les ondes acoustiques générées par le cylindre (ondes diffractées et ondes réfléchies spéculairement). Or nous souhaitons obtenir uniquement l'expression du champ du rayon rampant se propageant sur la surface d'un demi-cylindre, qui correspond à l'irrégularité cylindrique étudiée dans ce chapitre. Par ailleurs, la série des modes normaux  $n$  utilisée dans cette solution exacte converge lentement, puisque le nombre de modes à prendre en compte, pour obtenir une précision satisfaisante de la pression au point  $Q$ , est de l'ordre de  $2ka$ . L'expression (3.1) doit donc être adaptée pour pallier les deux problèmes précédents.

### 3.1.2. Approximation asymptotique du rayon rampant sur un cylindre

L'approximation asymptotique du rayon rampant est un modèle GTD qui a été notamment détaillé par Molinet [29] : l'objectif de cette approximation est d'extraire, de la formulation SOV, un modèle asymptotique haute fréquence (valable pour  $ka \gg 1$  et  $kr \gg 1$ ) plus simple à calculer, et qui interprète physiquement la diffraction d'une onde sur un cylindre sous forme de rayons. Nous en reprenons ici les étapes principales, afin de l'appliquer au cas de la diffraction d'une onde cylindrique sur un cylindre vide (le cas d'une onde plane incidente est traité dans [49]). La transformée de Watson-Sommerfeld permet de réécrire la série de modes normaux entiers  $n$  de l'expression (3.1) en une série de modes angulaires complexes  $\gamma$ , qui présente l'avantage d'une convergence plus rapide.

Cette transformation consiste tout d'abord à réécrire l'expression de la série (3.1) de termes modaux  $n$  en une intégrale sur la variable  $\gamma$  complexe. Cette réécriture se démontre par le théorème des résidus. Pour cela, on définit, pour tout  $\gamma$  complexe, la fonction  $g(\gamma) = \sin \gamma \pi$ , et la fonction  $f(\gamma)$  définie comme la somme (3.1) des termes modaux :

$$p(r, \theta) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} f(n), \quad (3.2)$$

$$f(\gamma) = \frac{i}{4} e^{i\gamma\theta} \left( J_\gamma(kr_<) - \frac{J_\gamma(ka)}{H_\gamma^{(1)}(ka)} H_\gamma^{(1)}(kr_<) \right) H_\gamma^{(1)}(kr_>). \quad (3.3)$$

La transformée de Watson consiste alors à substituer la série (3.2) par une intégrale dans le plan complexe, soit :

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} f(n) = \frac{i}{2} \int_C \frac{d\gamma}{g(\gamma)} e^{-i\pi\gamma} f(\gamma), \quad (3.4)$$

où  $C$  est un contour fermé entourant l'axe des réels comme représenté en *Figure 3.3*.

La relation (3.4) se démontre par le théorème des résidus. En effet  $g(\gamma) = 0$  pour tout  $\gamma$  entier : ces derniers sont donc pôles de la fonction  $e^{-i\pi\gamma} f(\gamma)/g(\gamma)$ , et l'application du théorème des résidus à l'intégrale de droite permet de retrouver la série SOV.

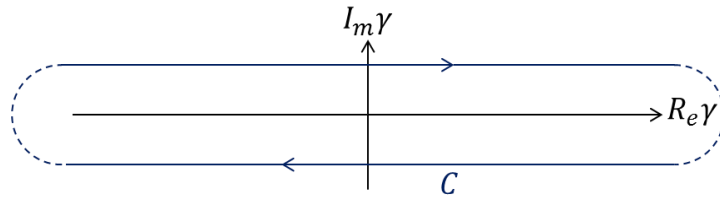


Figure 3.3 : Contour d'intégration  $C$  dans le plan complexe utilisé dans l'intégrale (3.4).

La fonction  $f(\gamma)$  étant paire, l'intégrale (3.4) sur le contour  $C$  se réécrit comme le double d'une intégrale sur un contour  $D$ , comme présenté sur la *Figure 3.4*, qui est un contour fermé situé dans la partie supérieure du plan complexe. Dans ces conditions, on obtient :

$$p(r, \theta) = -\frac{1}{4} \int_D \frac{\cos \gamma(\theta - \pi)}{\sin \gamma\pi} \left( J_\gamma(kr_<) - \frac{J_\gamma(ka)}{H_\gamma^{(1)}(ka)} H_\gamma^{(1)}(kr_<) \right) H_\gamma^{(1)}(kr_>) d\gamma. \quad (3.5)$$

Cette intégrale possède deux types de pôles :

- Les pôles entiers correspondant aux zéros de  $\sin \gamma\pi$ .
- Les pôles complexes correspondant aux zéros de  $H_\gamma^{(1)}(ka)$ .

On souhaite appliquer le théorème des résidus sur l'intégrale (3.5) : le contour  $D$  étant situé dans la partie supérieure du plan complexe, seuls les zéros à partie imaginaire positive de  $H_\gamma^{(1)}(ka)$ , notés  $\gamma_l$ , doivent être pris en compte. Ces derniers se trouvent sur la ligne de Stokes représentée en *Figure 3.4*. En conséquence, le contour  $D$  est choisi de sorte à contourner la ligne de Stokes, et le théorème des résidus donne l'expression suivante :

$$p(r, \theta) = \frac{\pi i}{4} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{\cos \gamma_l(\theta - \pi)}{\sin \gamma_l\pi} \frac{H_{\gamma_l}^{(2)}(ka)}{\left( \frac{\partial}{\partial \gamma} H_\gamma^{(1)}(ka) \right)_{\gamma=\gamma_l}} H_{\gamma_l}^{(1)}(kr_0) H_{\gamma_l}^{(1)}(kr), \quad (3.6)$$

avec  $H_\gamma^{(2)}(x)$  la fonction de Hankel du deuxième type.

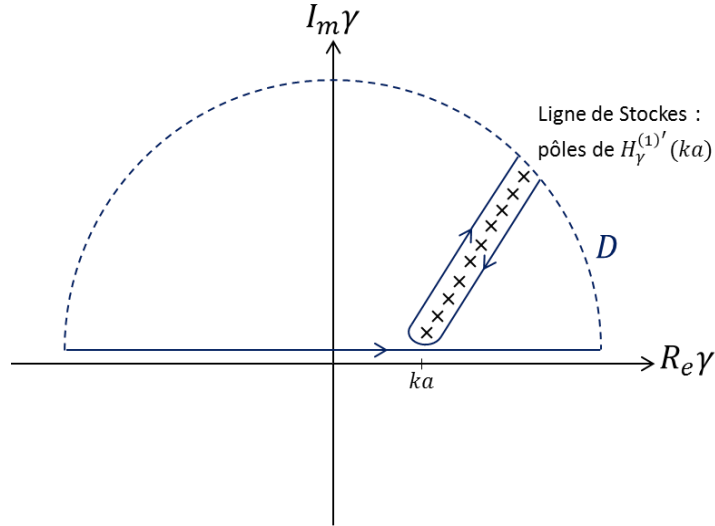


Figure 3.4 : Contour d'intégration  $D$  et position des zéros de  $H_\gamma^{(1)'}(ka)$  (pôles de l'intégrant de l'expression (3.5)).

La ligne de Stokes ( Figure 3.4) montre que  $Re(\gamma_l) > ka$  pour tout  $l$ .

Soit l'expression asymptotique de Debye de la fonction de Hankel  $H_\gamma^{(1)}(x)$ , valable pour  $|\gamma - x| > O(|\gamma|^{1/3})$  :

$$H_\gamma^{(1)}(x) \sim \sqrt{\frac{2}{\pi x \sin \nu}} e^{i x (\sin \nu - \nu \cos \nu) - i \frac{\pi}{4}}, \quad (3.7)$$

avec  $\cos \nu = \gamma / x$ . La condition de validité de la formule (3.7) est vérifiée si  $|\gamma| \sim |x| \gg 1$ , ce qui équivaut dans le cadre de notre étude à  $ka \gg 1$  et  $kr \gg 1$ .

Ainsi, lorsque la source  $S$  et le point d'observation sont suffisamment éloignés du cylindre, on a  $kr_0 \gg 1$  et  $kr \gg 1$ , ce qui permet de vérifier la condition de validité de l'expression (3.7). Cette expression est alors valable pour les termes  $H_{\gamma_l}^{(1)}(kr_0)$  et  $H_{\gamma_l}^{(1)}(kr)$  de la relation (3.6), ce qui donne :

$$p(r, \theta) = -i \frac{e^{ik(\sqrt{r^2 - a^2} + \sqrt{r_0^2 - a^2})}}{2k(r^2 - a^2)^{1/4}(r_0^2 - a^2)^{1/4}} \sum_{l=1}^{+\infty} \frac{e^{i\gamma_l \theta} + e^{i\gamma_l(2\pi - \theta)}}{1 - e^{2\pi i \gamma_l}} e^{i\gamma_l \left( \arccos\left(\frac{\gamma_l}{kr_0}\right) + \arccos\left(\frac{\gamma_l}{kr}\right) \right)} \frac{H_{\gamma_l}^{(2)}(ka)}{\left( \frac{\partial}{\partial \gamma} H_{\gamma}^{(1)}(ka) \right)_{\gamma=\gamma_l}}. \quad (3.8)$$

Le terme  $(1 - e^{2\pi i \gamma_l})$  présent au dénominateur peut être développé sous la forme d'une série :

$$(1 - e^{2\pi i \gamma_l})^{-1} = \sum_{m=0}^{+\infty} e^{2\pi i m \gamma_l}. \quad (3.9)$$

En insérant (3.9) dans (3.8), on obtient ainsi l'expression asymptotique du champ diffusé par le cylindre :

$$p(r, \theta) = -i \frac{e^{ik(\sqrt{r^2 - a^2} + \sqrt{r_0^2 - a^2})}}{2k(r^2 - a^2)^{1/4}(r_0^2 - a^2)^{1/4}} \sum_{m=0}^{+\infty} \sum_{\lambda=\pm 1} \sum_{l=1}^{+\infty} e^{i\gamma_l \left( \theta_\gamma + 2\pi \left( m + \frac{1}{2} \right) \right) \left( \arccos\left(\frac{\gamma_l}{kr_0}\right) + \arccos\left(\frac{\gamma_l}{kr}\right) \right)} \frac{H_{\gamma_l}^{(2)}(ka)}{\left( \frac{\partial}{\partial \gamma} H_{\gamma}^{(1)}(ka) \right)_{\gamma=\gamma_l}}, \quad (3.10)$$

avec  $\theta_\lambda = \lambda(\theta - \pi)$ .

La triple somme de l'équation (3.10) permet d'interpréter physiquement le champ diffracté sous la forme d'une série de rayons rampants, repérés par le quadruplet d'indices  $(l, \lambda, m)$ . À chaque indice  $l$  est associé un pôle  $\gamma_l$  définissant une classe de rayons rampants. Chaque classe est subdivisée en deux ensembles de rayons rampants, tournant autour du cylindre dans le sens trigonométrique ( $\lambda = +1$ ) et inverse ( $\lambda = -1$ ). Enfin, chaque ensemble est composé de rayons rampants ayant effectués  $m$  fois le tour du cylindre.

Puisque les pôles  $\gamma_l$  sont complexes à valeur imaginaire positive, la série (3.9) converge rapidement. De ce fait, pour chaque pôle  $\gamma_l$ , seuls deux types de rayons rampants contribuent quantitativement au champ diffracté : il s'agit des rayons repérés par les quadruplets  $(l, +1, 0)$  et  $(l, -1, 0)$ , et représentés sur la Figure 3.5. Les rayons dominants de la Figure 3.5 ont pour indice  $m = 0$ , c'est-à-dire qu'ils ne font pas de tour complet du cylindre au cours de leur propagation. Les rayons  $(l, +1, 0)$  sont associés au trajet  $SP_1P_2Q$  et les rayons  $(l, -1, 0)$  au trajet  $SP'_1P'_2Q$ , où  $P_1$  et  $P'_1$  sont les points d'attachement,  $P_2$  et  $P'_2$  les points de détachement des rayons rampants.

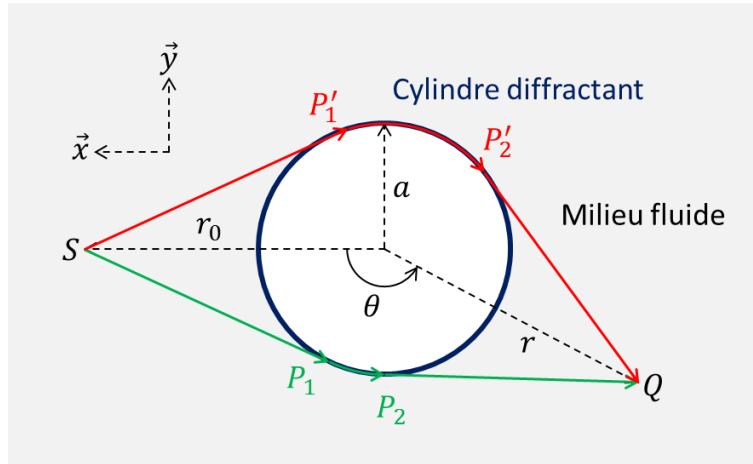


Figure 3.5 : Représentation des trajets des rayons rampants dominants (trajets rouge et vert).



### 3.1.3. Extension du modèle du rayon rampant au cas du demi-cylindre

Les rayons rampants dominants, mis en évidence dans la section précédente, suivent une trajectoire similaire aux trajets rayons trouvés par l'algorithme GRTT lors de la diffraction sur une irrégularité cylindrique et présentés en *Figure 2.16*. Cependant, le cas d'une irrégularité surfacique cylindrique diffère du cas d'un cylindre complet, au sens où la surface diffractante n'est pas fermée : c'est un demi-cylindre.

En conséquence, l'hypothèse formulée pour la suite de cette section est que les rayons dominants suivant le trajet  $SP_1P_2Q$ , donné en *Figure 3.5*, ne peuvent pas exister, ce qui revient à n'autoriser qu'une seule valeur  $\lambda = +1$  dans la série (3.10). Le seul trajet  $SP_1P_2Q$  possible pour le rayon rampant dominant est donné sur la *Figure 3.6* pour la configuration demi-cylindre étudiée.

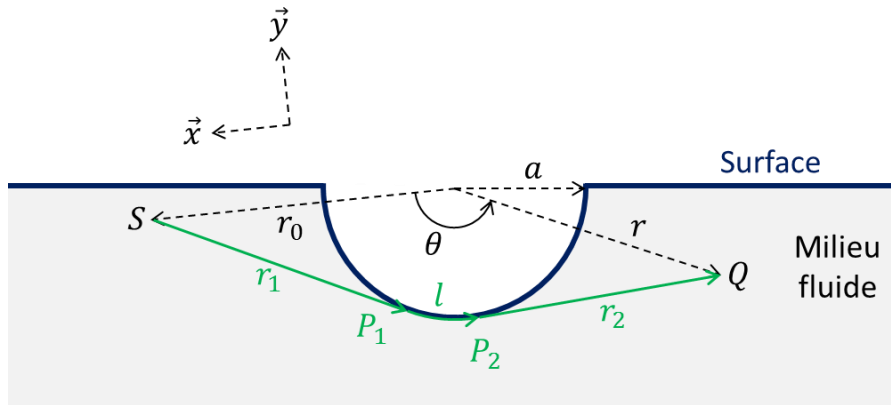


Figure 3.6 : Trajet des rayons rampants dominants (en vert) dans le cas d'une surface présentant une irrégularité surfacique en forme de demi-cylindre.

On considère un milieu semi-infini fluide, séparé du milieu vide par une surface présentant une irrégularité sous la forme d'un demi-cylindre. La source linéique  $S$  et le point d'observation  $Q$  sont situés dans le milieu fluide. Les rayons rampants dominants, émis depuis  $S$ , s'attachent tangemment à la partie cylindrique de la surface en  $P_1$ , puis se propagent le long de la surface, jusqu'à se détacher au point  $P_2$  et atteindre le point  $Q$ . Soit  $l$  la longueur de la partie surfacique  $P_1P_2$  du rayon rampant,  $r_1 = \sqrt{r_0^2 - a^2}$  et  $r_2 = \sqrt{r^2 - a^2}$  les longueurs respectives des parties volumiques  $SP_1$  et  $P_2Q$ .

En suivant l'hypothèse émise sur la propagation des rayons rampants dominants le long d'un demi-cylindre, la pression diffractée au point d'observation  $Q$  est la somme des contributions des rayons rampants dominants  $(l, +1, 0)$ , se propageant selon le trajet  $SP_1P_2Q$ . L'expression de cette pression est obtenue à partir de l'équation (3.10) (comme détaillé page suivante), et constitue le modèle asymptotique du rayon rampant sur le demi-cylindre :

$$p(Q) = D_s \frac{e^{ikr_1}}{\sqrt{r_1}} \sum_{l=1}^{\infty} D_l^2 e^{i\frac{\gamma_l}{a} l} D_s \frac{e^{ikr_2}}{\sqrt{r_2}}. \quad (3.11)$$

La formule (3.11) se décompose en trois parties :

- Le terme  $D_s \frac{e^{ikr_1}}{\sqrt{r_1}}$  correspond à la variation du champ de pression dû à la propagation de l'onde du point source  $S$  au point d'attachement  $P_1$ . Cette propagation étant supposée 2D, la divergence du champ varie comme  $r_1^{-1/2}$  le long de la partie  $SP_1$ . Comme le champ émis en  $S$  correspond à celui émis par une source linéique, le terme de source  $D_s$  suivant permet de calculer le champ d'une onde cylindrique émise depuis  $S$  (fonction de Green d'une source cylindrique) :
 
$$D_s = \frac{e^{i\pi/4}}{\sqrt{8\pi k}}. \quad (3.12)$$
- Le terme  $D_s \frac{e^{ikr_2}}{\sqrt{r_2}}$  correspond à la variation du champ de pression entre le point de détachement  $P_2$  et le point d'observation  $Q$ . Dans le cadre du modèle asymptotique du rayon rampant, on considère en effet que le point de détachement  $P_2$  du rayon rampant se comporte comme une source secondaire générant le champ reçu au point d'observation  $Q$ . Le milieu étant 2D, cette source secondaire est une source linéique. Ainsi, le second terme se comporte comme le premier terme  $D_s \frac{e^{ikr_1}}{r_1}$  en remplaçant  $r_1$  par  $r_2$  ( $r_2$  étant la longueur de propagation entre  $P_2$  et  $Q$ ).
- Enfin, le terme,  $\sum_{l=1}^{\infty} D_l^2 e^{i\frac{\gamma_l}{a}s}$ , est une série sur les pôles  $\gamma_l$  représentant l'atténuation du champ lors de la propagation du rayon rampant  $P_1 P_2$  de longueur curviligne  $s$ . Les pôles  $\gamma_l$  étant complexes, les facteurs  $e^{is\gamma_l/a}$  impliquent une atténuation d'autant plus forte que la partie imaginaire des pôles  $\gamma_l$  est grande, et que le rayon  $a$  du cylindre est petit.

Par ailleurs, l'expression (3.11) fait apparaître les coefficients  $D_l^2$  qui dépendent de l'ordre  $l$  du pôle  $\gamma_l$ . Ces coefficients s'assimilent à la variation du champ due à l'attachement et au détachement du rayon rampant de l'irrégularité cylindrique. Ils sont calculés par identification du terme dominant  $m=0$  pour  $\lambda=+1$  de l'équation (3.10) dans la formule (3.11). Pour cela, les fonctions de Hankel  $H_\gamma^{(1)}(x)$  et  $H_\gamma^{(2)}(x)$  de l'expression (3.10) sont évaluées à partir du développement asymptotique de  $H_\gamma^{(1)}(x)$  à l'ordre  $\gamma^{-1}$ , valable pour  $(\gamma - ka) = O(|\gamma|^{1/3})$  [62]. Cette représentation fait intervenir les zéros  $\alpha_n$  de la fonction d'Airy  $A_i(x)$  :

$$H_\gamma^{(1)}(x) = 2^{4/3} e^{-i\pi/3} \gamma^{-1/3} A_i(e^{-i\pi/3} 2^{1/3} z) + O(\gamma^{-1}), \quad (3.13)$$

avec  $z = (x - \gamma)\gamma^{1/3}$ , et  $H_\gamma^{(2)}(x) = 4i/\left[\pi x \left(\partial H_\gamma^{(1)}(x)/\partial x\right)\right]$  dans le cas d'un cylindre vide.

On obtient alors les coefficients  $D_l^2$  [29] :

$$D_l^2 = \frac{2^{2/3} e^{-i\pi/6} (ka)^{1/3}}{[A_l'(\alpha_l)]^2}. \quad (3.14)$$

L'expression (3.13) permet aussi de déduire l'approximation asymptotique à l'ordre  $-1/3$  en  $ka$  des pôles  $\gamma_l$ , laquelle est fonction des zéros  $\alpha_l$  de la fonction d'Airy  $A_l(x)$ , soit :

$$\gamma_l = ka - \left(\frac{ka}{2}\right)^{1/3} e^{i\pi/3} \alpha_l + O((ka)^{-1/3}). \quad (3.15)$$

Dans cette section, l'approche asymptotique [29], permettant de calculer la contribution des rayons rampants sur un cylindre vide dans un milieu fluide à partir de la méthode SOV a été adaptée au cas d'une irrégularité de surface prenant la forme d'un demi-cylindre. Cette approche asymptotique autorise une interprétation physique du champ diffracté sur le demi-cylindre sous la forme d'une somme de contributions de rayons rampants dominants qui suivent le trajet trouvé au cours du chapitre 2. Ce trajet comporte une propagation de la source jusqu'à un point d'attachement sur l'irrégularité surfacique, puis une propagation surfacique, et enfin un détachement d'un rayon de volume jusqu'au point d'observation.

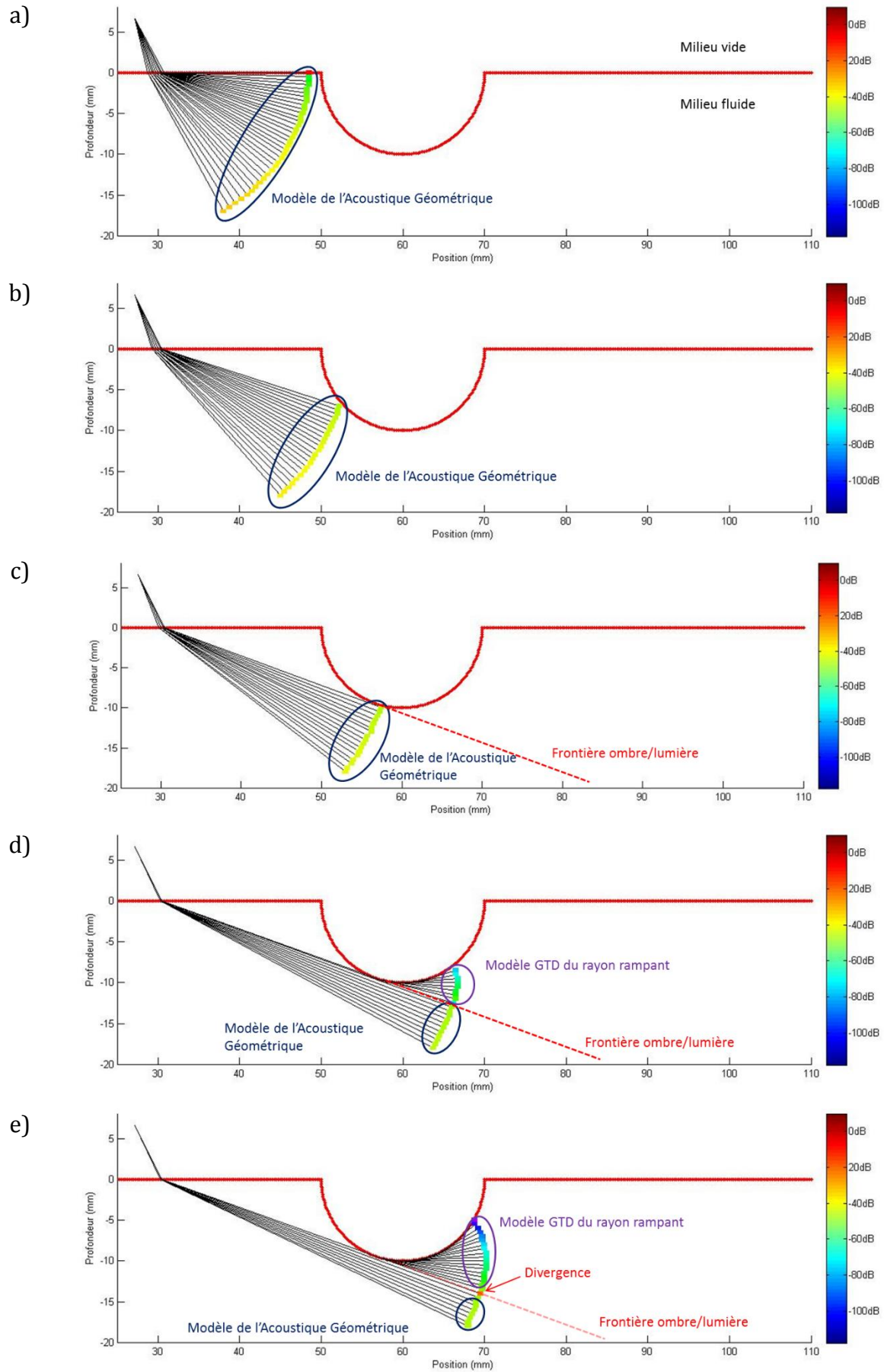
Ce modèle asymptotique « acoustique » va maintenant être appliqué dans un cas d'inspection TOFD afin d'étudier la variation du champ diffracté par une irrégularité cylindrique au cours de sa propagation.

### 3.1.4. Résultats de simulation du modèle de rayon rampant acoustique

Le cas d'application est un milieu 2D semi-infini fluide (vitesse du son  $V_f = 5650 \text{ m.s}^{-1}$ , densité  $\rho = 7.2$ ), séparé d'un milieu couplant fluide ( $V_f = 2680 \text{ m.s}^{-1}$ ,  $\rho = 2$ ) par une interface présentant une irrégularité cylindrique de rayon  $10 \text{ mm}$  (Figure 3.7). Une source est placée dans le milieu couplant au-dessus de la première partie plane de la surface. En utilisant l'algorithme GRTT du chapitre 2, plusieurs trajets rayons de l'onde réfractée dans le milieu fluide sont calculés à différents instants de la propagation de l'onde, de sorte à construire le front de l'onde réfracté au cours de sa propagation (voir la méthode établie en section 2.4.1).

Le champ de déplacement porté par chaque trajet rayon est calculé par un modèle de rayon volumique [22] (acoustique géométrique), afin de traiter la réfraction du champ incident dans le milieu de propagation, et par le modèle asymptotique du rayon rampant (expression (3.11)), lorsque le trajet rayon calculé par l'algorithme GRTT met en évidence une diffraction sur l'irrégularité cylindrique et fait donc intervenir un rayon rampant le long de cette irrégularité.

Les résultats de cette simulation sont donnés sur la Figure 3.7 :



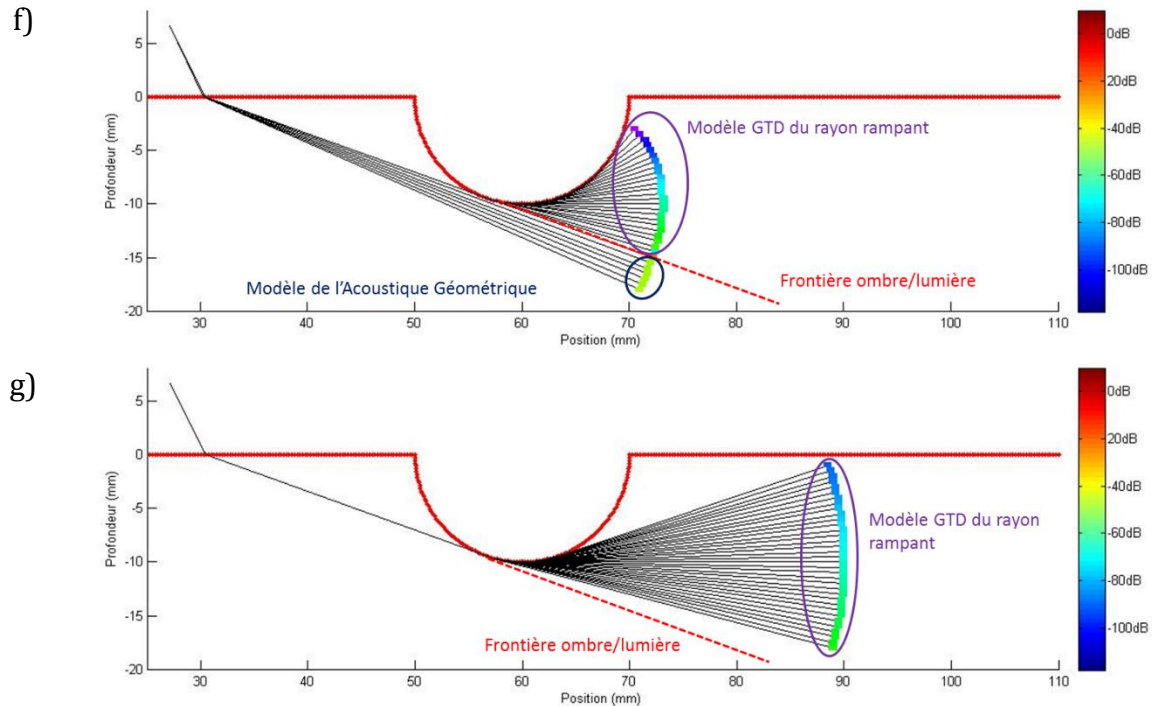


Figure 3.7 : Résultats de simulation de la propagation de l'onde de tête en milieu fluide à l'aide du modèle du rayon rampant. Les figures suivent l'ordre chronologique de la propagation.

La surface d'entrée du milieu de propagation est représentée en rouge sur la *Figure 3.7*, et les rayons tracés par le GRTT sont en noir. L'atténuation de l'amplitude du champ porté par chaque trajet rayon est représentée à l'extrémité de ce trajet par un code couleurs. La référence en amplitude (0dB) est le maximum local du front de l'onde émise par la source  $S$  dans le milieu couplant lorsque l'onde atteint la surface du milieu de propagation.

Au début de la propagation (*Figure 3.7a* et *Figure 3.7b*), le front de l'onde se trouve dans la zone insonifiée du milieu fluide, c'est-à-dire qu'il est porté par des rayons spéculaires de volume émis depuis la source et se réfractant sur la surface d'entrée. Le champ porté par ce front est faiblement atténué, du fait de son passage par l'interface, et est calculé par le modèle de rayon volumique. Sur la *Figure 3.7c*, ce front atteint l'irrégularité surfacique : on peut alors définir une frontière ombre/lumière, délimitant la zone insonifiée de la zone d'ombre, dans laquelle seront diffractés les rayons rampants. À partir de la *Figure 3.7d*, une partie du front de l'onde se trouve dans la zone d'ombre. On observe que les trajets se propageant dans cette zone suivent l'irrégularité de surface sous forme de rayons rampants, avant d'être de nouveau diffractés en volume. On applique donc dans cette zone le modèle du rayon rampant : on peut ainsi observer que la partie du champ dans la zone d'ombre présente une forte atténuation, de l'ordre de  $-20dB$ , par rapport à la partie du champ située dans la zone insonifiée. On notera par ailleurs que le champ calculé par le modèle du rayon rampant diverge sur la frontière ombre/lumière (*Figure 3.7e*) : ce phénomène est prévu par la GTD, car le modèle n'est plus valable près de la frontière d'ombre [29].

La propagation du front dans la zone d'ombre se poursuit (*Figure 3.7d*), et les trajets calculés par le GRTT impliquent toujours la présence de rayons rampants (*Figure 3.7e*,

Figure 3.7f et Figure 3.7g). Le modèle du rayon rampant montre que l'atténuation du champ continue : en comparant le front avant et après passage par l'irrégularité surfacique (Figure 3.7a et Figure 3.7g), l'onde a subi une atténuation de  $-20dB$  près de la frontière ombre/lumière, à  $-60dB$  loin de cette frontière.

En conclusion, après avoir rappelé le principe du modèle du rayon rampant dans le problème de la diffraction d'une onde acoustique cylindrique sur un cylindre, nous avons adapté ce modèle au cas d'un demi-cylindre. Les simulations effectuées à l'aide de ce modèle montrent que la présence de rayons rampants est responsable d'une atténuation importante du champ, lors du passage de l'onde sur cette irrégularité. Le cas acoustique nous ayant permis d'appréhender le modèle du rayon rampant, nous allons maintenant nous intéresser au cas élastique.

## 3.2. MODÈLE ÉLASTIQUE DE DIFFRACTION SUR CYLINDRE

### 3.2.1. Expression de la diffraction d'une onde plane élastique sur un cylindre par la méthode SOV

La méthode SOV pour des ondes élastiques a été développée par Pao et Mow [58,59]. On considère un milieu solide infini, de vitesse longitudinale  $V_L$ , de vitesse transversale  $V_T$  et de densité  $\rho$ , comportant un cylindre diffractant vide de rayon  $a$  dont l'axe est orthogonal au plan  $(\vec{x}, \vec{y})$ . Ce cas d'étude se réduit donc à un problème de diffraction dans un milieu 2D, comme présenté sur la Figure 3.8 :

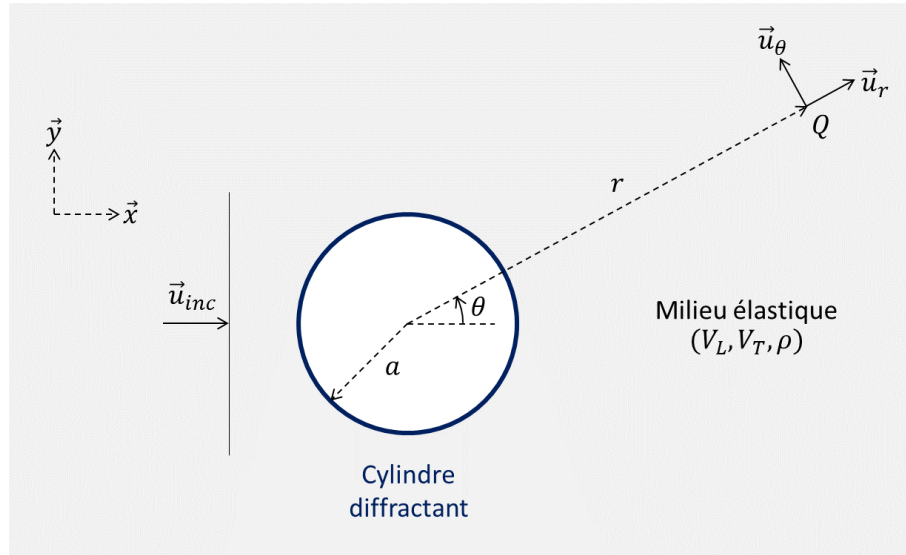


Figure 3.8 : Géométrie du problème de diffraction d'une onde plane  $\vec{u}_{inc}$  sur un cylindre vide en milieu solide.

Une onde longitudinale plane, se propageant suivant l'axe  $\vec{x}$ , est incidente sur le cylindre. Son champ de déplacement  $\vec{u}_{inc}$  est le suivant :

$$\vec{u}_{inc} = u_0 \exp(ik_L x) \vec{x}, \quad (3.16)$$

avec  $k_L$  le nombre d'onde de l'onde longitudinale dans le milieu solide, et  $u_0$  l'amplitude du champ de déplacement.

De manière similaire à la section 3.1.1, on cherche le champ de déplacement reçu au point d'observation  $Q$ , repéré par les coordonnées polaires  $(r, \theta)$ , en utilisant la méthode SOV. Pour le cas d'un milieu solide et pour un cylindre vide de rayon  $a$ , les composantes radiale  $u_r$  et tangentielle  $u_\theta$  du champ de déplacement (représentées sur la Figure 3.8) sont données [63] par :

$$\begin{cases} u_r(r, \theta) = u_0 \sum_{n=0}^{+\infty} \varepsilon_n i^n \cos n\theta \left( A_n k_L a H_n^{(1)'}(k_L r) + B_n \frac{an}{r} H_n^{(1)}(k_T r) \right) \\ u_\theta(r, \theta) = u_0 \sum_{n=0}^{+\infty} \varepsilon_n i^n \sin n\theta \left( A_n \frac{an}{r} H_n^{(1)}(k_L r) + B_n k_T a H_n^{(1)'}(k_T r) \right) \end{cases}, \quad (3.17)$$

avec les coefficients  $A_n$  et  $B_n$  définis dans l'Annexe C,  $\varepsilon_n = 2 - \delta_{0n}$ , et  $k_T$  le nombre d'onde de l'onde transversale dans le milieu solide.

À l'instar de la formule (3.1) dans la section 3.1.1, l'expression (3.17) est une série sur les modes normaux  $n$  du champ de déplacement émis par le cylindre au point d'observation  $Q$ . Dans la section suivante, nous allons mettre en œuvre deux modèles différents, permettant de simplifier cette expression, dans le but de calculer la seule contribution au champ de déplacement de l'onde rampante au point d'observation  $Q$ .

### 3.2.2. Établissement de deux modèles rayon d'amplitude pour la propagation élastique sur un cylindre

#### a) Premier modèle : le modèle SOV en champ lointain

Dans ce premier modèle, proposé par Brindt [63], on suppose que le point d'observation  $Q$  est placé suffisamment loin du cylindre ( $k_L r \gg 1$ ) pour être en champ lointain. En utilisant l'expression asymptotique (3.7) de la fonction de Hankel  $H_n^{(1)}(x)$  dans (3.17), valable pour  $k_L r \gg 1$ , l'expression du champ de déplacement devient [63] :

$$\begin{cases} u_r(r, \theta) \sim u_0 \left( \frac{2}{\pi k_L r} \right)^{1/2} \exp(ik_L r + i\pi/4) \sum_{n=0}^{+\infty} \varepsilon_n A_n k_L a \cos n\theta \\ u_\theta(r, \theta) \sim u_0 \left( \frac{2}{\pi k_T r} \right)^{1/2} \exp(ik_T r + i\pi/4) \sum_{n=0}^{+\infty} \varepsilon_n B_n k_T a \sin n\theta \end{cases}. \quad (3.18)$$

L'hypothèse de champ lointain a pour conséquence, comme le montre l'expression (3.18), de découpler les contributions radiale et tangentielle du champ au point  $Q$  :

- La composante radiale  $u_r$  correspond à un champ d'onde L, de vecteur d'onde  $\vec{k}_L$ , et dépendant des coefficients  $A_n$ .

- La composante tangentielle  $u_\theta$  s'assimile à un champ d'onde T, de vecteur d'onde  $\vec{k}_T$ , et dépendant des coefficients  $B_n$ .

L'objet de l'étude du chapitre 3 étant le développement d'un modèle pour l'onde de tête, qui est une onde longitudinale, seule la composante radiale  $u_r$  contribuera effectivement au champ de l'onde de tête. L'étude de la composante tangentielle  $u_\theta$  ne sera donc pas effectuée dans la suite de cette section.

Par ailleurs, la propagation du champ loin du cylindre peut être interprétée physiquement, en considérant que l'expression (3.18) est la combinaison de trois termes :

- Le premier terme  $u_0$  est l'amplitude du champ de l'onde incidente plane arrivant sur le cylindre.
- Le second terme  $(2 / \pi k_L r)^{1/2} \exp(ik_L r + i\pi / 4)$  correspond à la propagation du champ émis depuis le cylindre en direction du point d'observation  $Q$ . Ce terme correspond exactement au champ d'une onde volumique, émise depuis une source cylindrique (dont le terme source est  $(2 / \pi k_L r)^{1/2} e^{i\pi/4}$ ) située à une distance  $r$  du point d'observation  $Q$ , et de divergence  $r^{-1/2}$ .
- Le troisième terme  $\sum_{n=0}^{+\infty} \varepsilon_n A_n k_L a \cos n\theta$  est la série SOV incluant notamment la somme des contributions des ondes se propageant sur le cylindre.

En conclusion, l'expression (3.18), qui est l'approximation en champ lointain de la méthode exacte SOV (formule (3.17)), contient donc toutes les ondes émises par le cylindre. À l'instar du cas acoustique (formule (3.1)), la contribution des ondes rampantes n'apparaît donc pas explicitement. Cependant l'expression (3.18) présente l'avantage sur l'expression (3.17) d'être un modèle plus simple à calculer, et plus simple à interpréter physiquement.

Afin de comprendre les phénomènes physiques responsables du champ reçu au point  $Q$ , et ainsi extraire la contribution des rayons rampants, l'approche asymptotique décrite dans la partie 3.1 va être appliquée à la formulation exacte SOV (équation (3.17)) de la diffraction de l'onde plane L sur le cylindre.

#### b) Deuxième modèle : le modèle asymptotique du rayon rampant

En effet, le champ  $u_r$  de l'onde L, reçu au point d'observation  $Q$  dans la configuration de la *Figure 3.8*, est la somme de deux contributions  $u_r^{geo}$  et  $u_r^{rpt}$ , comme montré sur la *Figure 3.9*. L'observation étant supposée en champ lointain du cylindre, le modèle SOV va fournir par le biais de l'expression (3.18) toutes les ondes émises suivant la direction  $\theta$  (définie comme dans la section 3.2.1 - cf. *Figure 3.9*), et donc inclure ces deux contributions.



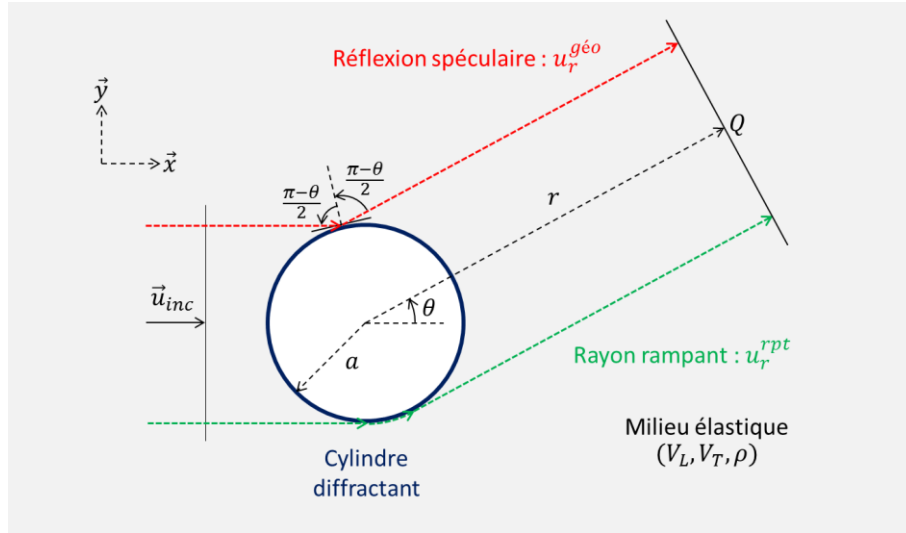


Figure 3.9 : Mise en évidence des trajets associés aux deux contributions (en vert et en rouge) du champ de l'onde L reçu dans la direction de  $Q$ .

La première contribution, dont le trajet associé est représenté en rouge sur la Figure 3.9, est la réflexion spéculaire sans conversion de mode de l'onde incidente L à l'angle  $(\pi - \theta)/2$  sur la surface du cylindre. En champ lointain, la contribution  $u_r^{geo}(r, \theta)$  au champ de l'onde L s'exprime sous forme d'un champ de rayons dans le cadre de l'Élastodynamique Géométrique (voir partie 1.4 du chapitre 1) :

$$u_r^{geo}(r, \theta) = u_0 R_{L \rightarrow L}((\pi - \theta)/2) \left( \frac{a \sin(\theta/2)}{2r} \right)^{1/2} e^{ik_L(r - 2a \sin(\theta/2))}, \quad (3.19)$$

avec  $R_{L \rightarrow L}(\theta_L)$  le coefficient de réflexion en onde L d'une onde incidente L sur une surface libre, pour un angle d'incidence  $\theta_L$  par rapport à la normale à cette surface :

$$R_{L \rightarrow L}(\theta_L) = \frac{\sin(2\theta_L) \sin(2\theta_T) - \left( \frac{k_T}{k_L} \right)^2 \cos^2(2\theta_T)}{\sin(2\theta_L) \sin(2\theta_T) + \left( \frac{k_T}{k_L} \right)^2 \cos^2(2\theta_T)}, \quad (3.20)$$

où  $\theta_T = \arcsin(k_L/k_T \sin(\theta_L))$ , et  $\vec{k}_T$  est le vecteur d'onde T dans le milieu de propagation.

La seconde contribution, dont le trajet associé sur la Figure 3.9 est le trajet vert, est la diffraction de l'onde incidente sur le cylindre sous forme de rayon rampant. Le trajet de cette onde correspond au trajet du rayon rampant dominant décrit dans la section 3.1.2. Nous allons maintenant établir l'expression asymptotique de ce rayon.

Celle-ci se fait d'une manière similaire à la construction du modèle du rayon rampant en milieu acoustique exposée tout au long de la partie 3.1. À l'instar de l'expression (3.1), la série SOV sur les modes normaux entiers  $n$  (3.17), représentant le champ longitudinal diffracté  $u_r$ , est convertie en série sur les modes radiaux complexes  $\gamma_l^L$  par la transformation de Sommerfeld-Watson [60].

Il est montré [63] que les pôles  $\gamma_l^L$  sont définis par l'équation caractéristique :

$$\Delta(\gamma) = 0, \quad (3.21)$$

où  $\Delta(\gamma)$  est le dénominateur des coefficients  $A_\gamma$  et  $B_\gamma$  de la série SOV (3.17), avec le paramètre entier  $n$  remplacé par le paramètre complexe  $\gamma$  (voir Annexe C).

L'expression du déplacement radial  $u_r^{rpt}$  du rayon rampant au point d'observation  $Q$  s'exprime alors, pour  $\theta \gg O((k_L a)^{-1/3})$ , comme la somme des contributions des rayons rampants dominant ( $m=0$ ), et constitue ainsi le modèle du rayon rampant en milieu solide pour l'onde longitudinale diffractée par le cylindre :

$$u_r^{rpt}(Q) = u_0 \left( \frac{32\pi}{k_L r} \right)^{1/2} e^{ik_L r + i\pi/4} \sum_{l=1}^{\infty} \cos \gamma_l^L (\theta - \pi) i e^{i\pi\gamma_l} k_L a A_{\gamma_l^L}^*, \quad (3.22)$$

avec  $A_{\gamma_l^L}^*$  le résidu de  $A_\gamma$  au pôle  $\gamma_l^L$ .

À l'instar des pôles  $\gamma_l$  en milieu acoustique (équation (3.15)), l'expression asymptotique des pôles  $\gamma_l^L$  du déterminant  $\Delta(\gamma)$ , pour  $k_L a \gg 1$  en milieu solide, se déduit de l'expression approchée (3.13) des fonctions de Hankel, qui dépend des zéros  $\alpha_l$  de la fonction d'Airy :

$$\gamma_l^L(k_L a) = k_L a - (k_L a)^{1/3} e^{i\pi/3} 2^{-1/3} \alpha_l + O((k_L a)^{-1/3}). \quad (3.23)$$

Cependant, il a été démontré [63] que dans le cas élastique, cette approximation n'est pas suffisamment précise, car elle donne une erreur de plus de 100% sur la valeur réelle des pôles. Il est alors nécessaire d'utiliser une approche asymptotique des fonctions de Hankel plus précise à l'ordre  $\gamma^{-5/3}$ . L'expression résultante est donnée ci-dessous :

$$\begin{aligned} H_\gamma^{(1)}(x) = & 2^{4/3} e^{-i\pi/3} \gamma^{-1/3} A_i(e^{-i\pi/3} 2^{1/3} z) \left( 1 - \frac{z}{5\gamma^{2/3}} \right) \\ & + \frac{3z^2}{10} \frac{2^{5/3}}{\gamma} e^{i\pi/3} A_i'(e^{-i\pi/3} 2^{1/3} z) + O(\gamma^{-5/3}), \end{aligned} \quad (3.24)$$

avec  $z = (x - \gamma)\gamma^{1/3}$ .

En utilisant l'expression précédente, l'approximation asymptotique des pôles  $\gamma_l^L$  devient, après correction d'une erreur de signe sur le deuxième terme de l'équation (4.12) de [63] :

$$\begin{aligned} \gamma_l^L(k_L a) = & k_L a - (k_L a)^{1/3} e^{i\pi/3} 2^{-1/3} \alpha_l \\ & - i \frac{(k_T^2 / k_L^2 - 1)^{1/2}}{(k_T^2 / 2k_L^2 - 1)^2} + (k_L a)^{-1/3} e^{2i\pi/3} \frac{2^{-2/3}}{30} \alpha_l^2 + O((k_L a)^{-1}). \end{aligned} \quad (3.25)$$

### 3.2.3. Étude comparative par simulation de la méthode SOV et des modèles rayon d'amplitude

Deux modèles rayon, permettant de calculer le champ reçu au point d'observation  $Q$ , ont été définis dans les deux sections précédentes. Nous allons maintenant appliquer ces modèles au calcul du champ de l'onde L à une distance  $r$  du cylindre, et pour plusieurs angles d'observation. Les résultats obtenus seront comparés à ceux du modèle SOV exact (3.17) de la section 3.2.1 afin de déterminer le modèle rayon le plus adapté pour la simulation de l'onde de tête sur une irrégularité cylindrique en milieu solide. Toutes les simulations sont effectuées sous Matlab.

#### a) Application du modèle SOV en champ lointain

La formule de ce modèle est l'expression (3.18), évaluée ci-après dans une configuration de validation étudiée dans [63], pour  $k_L a = 10$ ,  $k_T a = 20$ ,  $r = 100a$  (champ lointain), et des angles  $\theta$  d'observation compris entre 0 (direction de l'onde incidente) et  $\pi$  (direction de retro-propagation). On obtient l'amplitude du champ de déplacement radial diffracté par le cylindre  $u_r$ , représenté sur la *Figure 3.10*.

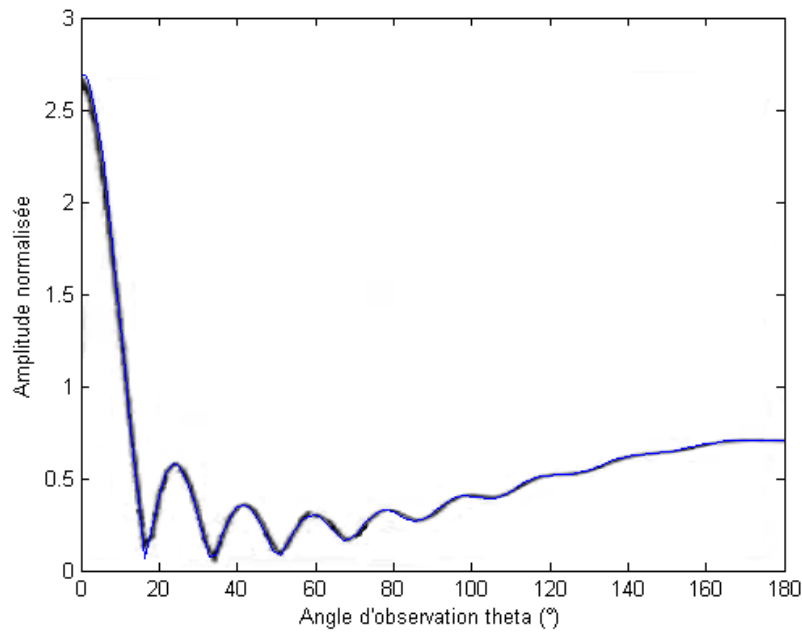


Figure 3.10 : Amplitude normalisée  $\overline{u_r} = |u_r|(r/a)^{1/2}/u_0$  du champ radial  $u_r$  diffracté par le cylindre dans la configuration donnée par [63]. La courbe noire est calculée par le modèle SOV exact (reproduite à partir de [63]), la courbe en bleue est donnée par le modèle SOV en champ lointain.

Comme constaté sur la *Figure 3.10*, le modèle SOV en champ lointain (courbe bleue) reproduit fidèlement le champ radial  $u_r$  calculé par le modèle SOV exact (courbe noire).

Cette dernière courbe, ici reproduite à partir de [63], a par ailleurs été obtenue pour validation en appliquant (3.17).

La simulation est effectuée dans une seconde configuration représentative des cas d'inspection TOFD, soit :  $k_L a = 55,6$  ,  $k_T a = 103$  (paramètres dans l'acier inoxydable) pour une fréquence  $f = 5\text{MHz}$  de l'onde plane incidente,  $a = 10\text{mm}$  et  $r = 70\text{mm}$  . Les résultats sont donnés sur la Figure 3.11.

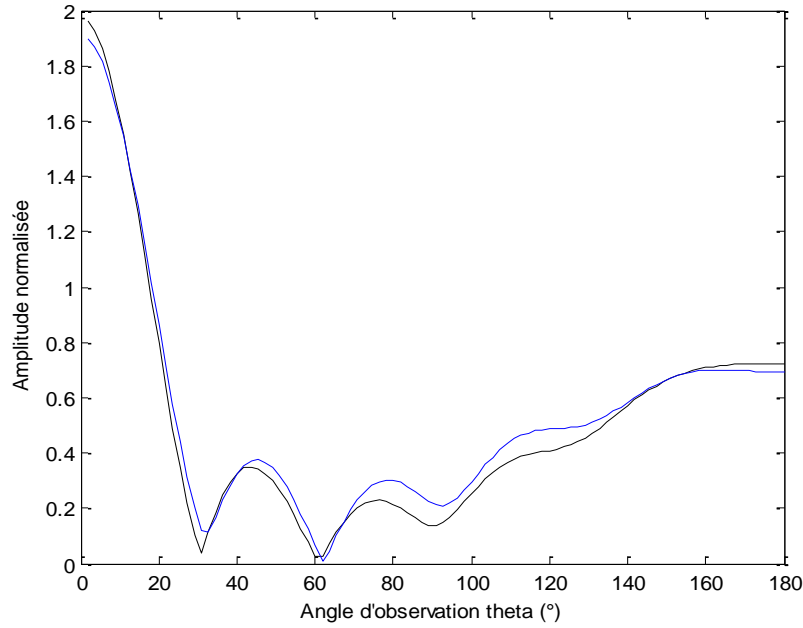


Figure 3.11 : Amplitude normalisée  $\overline{u_r} = |u_r|(r/a)^{1/2} / u_0$  du champ radial diffracté  $u_r$  par le cylindre pour  $k_L a = 55,6$  et  $k_T a = 103$  . La courbe noire est calculée par le modèle SOV exact, la courbe en bleue est donnée par le modèle SOV en champ lointain.

Pour une configuration TOFD réaliste, le modèle SOV en champ lointain reste proche du modèle SOV exact en ce qui concerne le champ radial  $u_r$  diffracté, avec une erreur relative moyenne de l'ordre de 25% . Plus particulièrement, l'approximation en champ lointain donne de très bons résultats aux faibles angles d'observation ( $\theta < 45^\circ$ ) généralement rencontrés en inspection TOFD (erreur relative moyenne de 12% entre  $0^\circ$  et  $45^\circ$ ) .

#### b) Application du modèle asymptotique du rayon rampant

La première étape de la modélisation est le calcul des pôles  $\gamma_i^L$  de l'équation (3.21). On effectue ce calcul de deux manières différentes :

- Par l'expression (3.25), qui fournit une approximation asymptotique des pôles  $\gamma_i^L$  .
- Par une résolution numérique de l'équation transcendante (3.21), à l'aide de la méthode de Newton. Cette méthode permet, en connaissant une valeur approchée d'un pôle de l'équation, de trouver la vraie valeur du pôle pour une précision fixée

à l'avance. Pour cela, on utilise la valeur approchée de chaque pôle  $\gamma_l^L$  donnée par l'expression (3.25), et on exécute de manière itérative le schéma suivant :

$$(\gamma_l^L)_{k+1} = (\gamma_l^L)_k - \frac{\Delta((\gamma_l^L)_k)}{\Delta'((\gamma_l^L)_k)}, \quad (3.26)$$

avec  $\Delta'(\gamma) = \partial\Delta(\gamma) / \partial\gamma$ . L'itération s'achève lorsque  $|(\gamma_l^L)_{k+1} - (\gamma_l^L)_k| < \varepsilon$  pour  $\varepsilon = 10^{-5}$ .

Les valeurs approchées et numériques des pôles sont représentées dans le plan complexe en *Figure 3.12*, pour  $k_L a = 10$  et  $k_T a = 20$ .

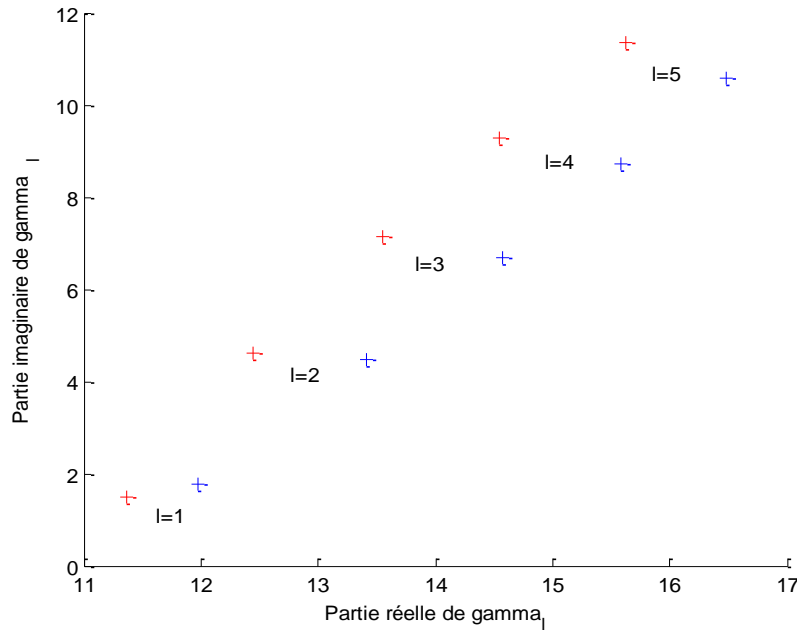


Figure 3.12 : Valeurs approchée (en rouge) et numérique (en bleu) des pôles  $\gamma_l^L$  dans le plan complexe, pour  $k_L a = 10$  et  $k_T a = 20$ . L'ordre de chaque pôle représenté est indiqué.

La *Figure 3.12* montre que les valeurs approchées (en rouge) et numériques (bleu) des pôles diffèrent. Ainsi l'expression asymptotique (3.23) induit une erreur relative de l'ordre de 8% sur la partie réelle des pôles  $\gamma_l^L$ , et de l'ordre de 5% sur leur partie imaginaire. Cette partie imaginaire est liée au facteur d'atténuation exponentiel dans le modèle asymptotique du rayon rampant (3.22), et l'erreur sera donc répercutée sur l'évaluation de l'amplitude portée par le rayon rampant. Pour la suite du calcul, les valeurs numériques des pôles  $\gamma_l^L$  sont donc utilisées.

La seconde étape est le calcul de l'amplitude portée par le rayon rampant à l'aide de la formule (3.22), et par le rayon spéculaire réfléchi avec la formule (3.19). L'application de la formule (3.22) nécessite de connaître la valeur des résidus  $A_{\gamma_l^L}^*$  : ces derniers sont évalués numériquement en intégrant le paramètre  $A_\gamma$  sur un cercle autour de chaque pôle  $\gamma_l^L$ . Pour les valeurs de  $k_L$ ,  $k_T$ ,  $a$  et  $r$  de la *Figure 3.10* puis de la *Figure 3.11*, les résultats sur le champ du rayon spéculaire, du rayon rampant, et du champ total diffracté, sont indiqués en *Figure 3.13*. Dans ces deux configurations, seuls les modes  $l = 1, 2, 3$

contribuent significativement au champ du rayon rampant (pour une précision relative du champ de  $1.10^{-4}$ ).

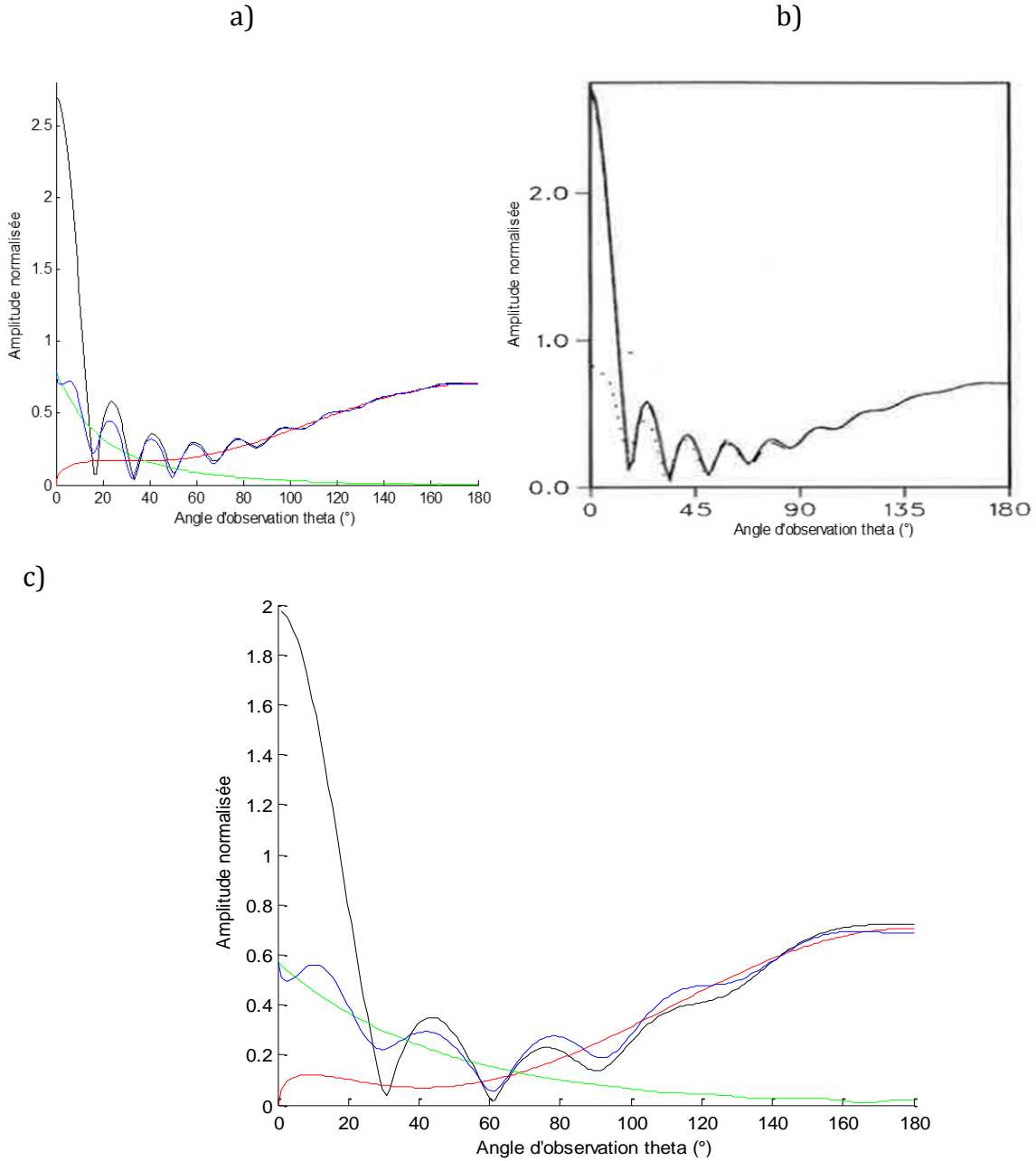


Figure 3.13 : Amplitudes normalisées des contributions au champ lointain diffracté par le cylindre, simulées par les modèles rayon : Contribution spéculaire  $\overline{u_r^{geo}} = |u_r^{geo}|(r/a)^{1/2}/u_0$  (en rouge), contribution du rayon rampant  $\overline{u_r^{rpt}} = |u_r^{rpt}|(r/a)^{1/2}/u_0$  (en vert), champ total diffracté (somme des contributions spéculaire et rampante)  $\overline{u_r^{tot}} = |u_r^{geo} + u_r^{rpt}|(r/a)^{1/2}/u_0$  (en bleu). En sus : modèle SOV exact (en noir)

- a) Paramètres  $k_L$ ,  $k_T$ ,  $a$  et  $r$  de la Figure 3.10.
- b) Figure reproduite de [63] pour les paramètres de la Figure 3.10. Ligne continue : modèle SOV exact ; Ligne pointillée : champ total diffracté  $\overline{u_r^{tot}}$ .
- c) Paramètres  $k_L$ ,  $k_T$ ,  $a$  et  $r$  de la Figure 3.11.

Les courbes rouge et verte de la *Figure 3.13* représentent respectivement le champ réfléchi sur le cylindre, et le champ diffracté par le rayon rampant (*Figure 3.9*). Elles indiquent notamment que la contribution au champ du rayon rampant est plus grande que celle de la réflexion sur le cylindre, pour  $\theta < 40^\circ$  sur la *Figure 3.13a*, et  $\theta < 65^\circ$  sur la *Figure 3.13b*, c'est-à-dire pour de petits angles ; ces proportions s'inversent pour de grands angles. On observe par ailleurs que le champ réfléchi s'annule pour  $\theta = 0^\circ$  : en effet, cet angle correspond, en champ lointain, à la zone d'ombre formée par le cylindre. Or la réflexion spéculaire sur la surface du cylindre ne se produit pas dans cette zone.

Enfin les courbes du modèle SOV exact (en noir) et du champ total diffracté calculé à l'aide de la méthode asymptotique (en bleu) correspondent pour les grands angles d'observation ( $\theta > 90^\circ$ ), mais divergent d'autant plus que l'angle d'observation s'approche de la limite ombre/lumière ( $\theta = 0^\circ$ ) : dans la mesure où le champ réfléchi est très faible dans cette direction, l'erreur effectuée résulte du calcul du champ du rayon rampant par le modèle asymptotique. Ce résultat est prévisible, compte-tenu d'une limitation des modèles rayon rampants utilisés dans ce chapitre : ces modèles ne fonctionnent pas sur et près des limites entre la zone d'ombre et la zone insonifiée. Afin de calculer le champ correctement près de cette limite, il serait nécessaire d'utiliser des modèles uniformes [25,29,64].

#### a) Choix du meilleur modèle

En considérant la spécificité de l'inspection TOFD, qui utilise deux capteurs en tandem, le champ reçu n'est pas le résultat d'une retro-propagation comme dans le cas d'une inspection de type pulse-echo. En conséquence, les angles d'observation  $\theta$  utilisés pour modéliser la propagation de l'onde de tête le long d'un rayon rampant seront faibles ( $\theta < \pi/2$ ). Dans ce domaine d'angles, l'erreur effectuée sur l'évaluation du champ diffracté par le rayon rampant à l'aide du modèle asymptotique est importante (c'est-à-dire de l'ordre de 100%), et ne permet pas une modélisation suffisamment précise de l'amplitude de l'onde de tête.

Le modèle SOV « en champ lointain » est quant à lui très précis, y compris pour les faibles angles d'observation (*Figure 3.10* et *Figure 3.11*). Ce modèle est donc retenu pour la modélisation de l'onde de tête diffractée sur une irrégularité cylindrique. Il reste un problème cependant : ce modèle ne permet pas de séparer *a priori* la contribution de la réflexion sur le cylindre et la contribution du rayon rampant. Or, comme le montrait la *Figure 3.6*, la configuration d'une irrégularité de surface type demi-cylindre diffère du cas du cylindre complet, au sens où certains trajets rayons ne peuvent exister. Dans le cas du demi-cylindre, la réflexion spéculaire sur la surface du cylindre ne peut pas avoir lieu, et seul le trajet du rayon rampant est possible. Pour pouvoir adapter le modèle SOV à la géométrie demi-cylindre, il faudra donc séparer les deux contributions : nous montrerons comme l'effectuer au cours de l'intégration du modèle SOV en champ lointain dans le logiciel CIVA au chapitre 4.

La modélisation le long d'un rayon rampant de la diffraction de l'onde de tête sur une irrégularité de surface cylindrique est maintenant effectuée pour un milieu solide. Dans

la partie suivante, nous allons maintenant l'extension de ce modèle au cas d'un affouillement.

### 3.3. EXTENSION DES MODÈLES RAYON À LA GÉOMÉTRIE D'AFFOUILLEMENT

Au cours de cette troisième partie, la modélisation du rayon rampant établie dans la partie 3.2 est étendue au cas d'une géométrie d'affouillement, sur laquelle les simulations du chapitre 2 ont montré que la propagation d'une onde de tête implique un trajet le long de la partie plane de l'affouillement, représenté par un rayon rasant.

#### 3.3.1. Description de la configuration

Soit une surface composée de deux parties planes reliées par une partie cylindrique de rayon de courbure  $a$  (Figure 3.14). Cette surface délimite le milieu de propagation dans lequel se trouve le point source  $S$ , situé à gauche de la partie courbe, ainsi que deux points d'observations  $Q$  et  $Q'$  situés à droite de la partie courbe, respectivement dans le volume du milieu de propagation, et sur la seconde partie plane de la surface.

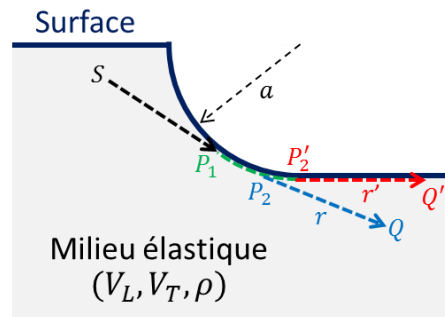


Figure 3.14 : Illustration du trajet du rayon rasant (en rouge) et d'un rayon de volume (en bleu), tous deux générés par un rayon rampant (en vert).

La Figure 3.14 montre le trajet de deux ondes émises par la source  $S$  et atteignant les points d'observation  $Q$  et  $Q'$ . Le trajet  $SP_1P_2Q$  est celui d'une onde diffractée par le cylindre dans le volume de la pièce. Il correspond donc aux cas étudiés dans la partie 3.2. En substituant le rayon de volume  $P_2Q$  de longueur  $r$  (émis dans la direction  $\theta$  relativement au rayon incident  $SP_1$  - en bleu sur la Figure 3.14), par un rayon  $P_2Q'$  de longueur  $r'$  rasant la partie plane de la surface (émis dans la direction  $\theta'$  relativement au rayon incident  $SP_1$  - en rouge sur la Figure 3.14), on obtient le trajet  $SP_1P_2Q'$  correspondant à la diffraction rasante du rayon rampant  $P_1P_2$  (en vert sur la Figure 3.14). Dans la suite de cette partie, le trajet  $SP_1P_2Q$  servira de point de comparaison pour l'établissement et la validation du modèle d'amplitude du trajet rasant  $SP_1P_2Q'$ .



### 3.3.2. Études existantes du rayon rasant en acoustique et en élastodynamique

La divergence du champ le long d'une surface plane se terminant par des portions convexes aux deux extrémités a été étudiée par Borovikov dans le domaine de l'électromagnétisme [65–67] : les résultats montrent alors que l'onde rampante est convertie, suffisamment loin de la jonction entre la partie plane et la partie convexe (correspondant au point  $P_2'$  en Figure 3.14), en une onde divergente dont le champ associé varie comme  $(r')^{-1/2}$  (avec  $r'$  la longueur de propagation sur la partie plane, comme défini sur la Figure 3.14) dans le cas de conditions aux limite de Neuman sur la surface diffractante, et comme  $(r')^{-3/2}$  pour des conditions de Dirichlet.

Par ailleurs, Andronov, Bouche *et al.* ont montré [68] que le champ de l'onde se propageant le long de la surface est continu de part et d'autre de la jonction  $P_2'$ . Ainsi, le potentiel scalaire  $\Psi(Q')$  au point d'observation  $Q'$  d'une onde électrique se propageant selon la trajectoire  $SP_1P_2'Q'$  le long de la surface après la jonction  $P_2'$ , s'écrit suivant la formulation asymptotique suivante (pour  $kr' \gg 1$ ) :

$$\Psi(Q') = \Psi(P_1) \frac{-i}{2\sqrt{\pi}} \sigma^{-3/2} \left( \frac{\zeta_1}{w_1'(\zeta_1)} \int_0^{\infty e^{i\varepsilon}} w_1(\zeta_1 - \nu) d\nu \right), \quad (3.27)$$

avec la fonction d'Airy-Fock  $w_1(z) = \sqrt{\pi} e^{i\pi/6} A_i(e^{2i\pi/3} z)$ ,  $\zeta_1$  le premier zéro de  $w_1(z)$ ,  $\Psi(P_1)$  le potentiel du champ au point d'attachement  $P_1$  du rayon rampant, et  $\sigma$  la variable d'espace étirée, fonction de  $r'$ , définie par :

$$\sigma(r') = \left( \frac{k}{2} \right)^{1/3} \frac{r'}{a^{2/3}}. \quad (3.28)$$

L'intégrale de l'expression (3.27) ne converge pas sur l'axe des réels. On se place donc à une quantité  $\varepsilon$  au-dessus de cet axe, avant de calculer l'intégrale, puis de prendre la limite pour  $\varepsilon$  qui tend vers 0.

Cette expression fait intervenir deux termes notables :

- Le premier terme  $\frac{\zeta_1}{w_1'(\zeta_1)} \int_0^{\infty e^{i\varepsilon}} w_1(\zeta_1 - \nu) d\nu$  exprime la variation du champ due à la propagation de l'onde le long du rayon rampant  $P_1P_2'$ .
- Le second terme  $\frac{i}{2\sqrt{\pi}} \sigma^{-3/2}$  représente la variation du champ le long du rayon rasant  $P_2'Q'$ . L'onde électrique étant soumise à des conditions de type Dirichlet sur la surface, son champ varie comme  $\sigma^{-3/2}$ , c'est-à-dire comme  $(r')^{-3/2}$ .

### 3.3.3. Modèle du rayon rasant

On envisage maintenant la configuration décrite par la *Figure 3.14* comme intervenant dans une inspection TOFD. Le milieu de propagation est donc généralement un milieu solide, de type métal, et la source  $S$  émet une onde L. Le milieu extérieur est de l'air : l'impédance de l'air étant négligeable devant l'impédance des métaux, on considère que la surface délimitant le milieu de propagation suit des conditions de surface libre de type Dirichlet.

Dans le cas de la diffraction du rayon rampant dans le volume de la pièce (parcours  $SP_1P_2Q$  de la *Figure 3.14*), les modèles d'amplitude du champ de l'onde L, proposés dans la partie 3.2, prennent la forme suivante (expressions (3.18) et (3.22)) pour  $k_L r \gg 1$  :

$$u_r(Q) = u_r^{(vol)}(P_1)u_r^{(rpt)}(P_2)D_s e^{ik_L r + i\pi/4} (r)^{-1/2}, \quad (3.29)$$

où  $u_r^{(vol)}(P_1)$  est le champ volumique émis par  $S$  en  $P_1$ ,  $u_r^{(rpt)}(P_2)$  est la contribution au champ due à la propagation surfacique de l'onde le long du cylindre, et  $D_s e^{ik_L r + i\pi/4}$  est la contribution au champ due à la diffraction dans le volume de la pièce depuis le point de détachement  $P_2$  vers le point d'observation  $Q$ . En utilisant le modèle de l'expression (3.18), avec  $\theta$  repérant le rayon  $P_2Q$  (*Figure 3.14*) :

$$u_r^{(rpt)}(P_2) = \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n \cos(n\theta) k_L a A_n, \quad (3.30)$$

$$D_s = \sqrt{\frac{2}{\pi k_L}}. \quad (3.31)$$

L'hypothèse de modélisation, dans le cas du trajet  $SP_1P_2'Q'$ , est que le champ  $u_r(Q')$  suit la même loi le long du rayon rasant que dans le cas d'une onde électrique (expression (3.27)). Ainsi, pour modéliser l'amplitude du trajet  $SP_1P_2'Q'$ , nous adoptons un modèle empirique : la divergence en  $r^{-1/2}$  du rayon de volume  $P_2Q$ , intervenant dans l'expression (3.29), est remplacée pour le rayon rasant  $P_2'Q'$  par une divergence  $r^{-d}$  avec  $d$  positif. Étant donné que la surface diffractante possède une impédance de surface proche de 0, et s'approche donc de conditions de type Dirichlet, la valeur de  $d$  devrait être proche de  $3/2$ , à l'instar du cas électrique de la section précédente. Cependant le cas élastique diffère du cas électrique par l'existence d'ondes de tête changeant les conditions aux limites sur la surface. En conséquence, la valeur du coefficient  $d$  reste à déterminer, et sera évaluée dans la section 3.3.5 à l'aide de simulations numériques.

Ce modèle donne donc, pour  $k_L r' \gg 1$  et  $\theta'$  repérant le rayon  $P_2'Q'$  (*Figure 3.14*) :

$$u_r(Q') = u_r^{(vol)}(P_1)u_r^{(rpt)}(P_2')D_s e^{ik_L r'} (r')^{-d}, \quad (3.32)$$

avec :

$$u_r^{(rpt)}(P_2') = \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n \cos(n\theta') k_L a A_n, \quad (3.33)$$

$$D_s = -\frac{i}{2\sqrt{\pi}} \left( \frac{2a^2}{k} \right)^{d/3}. \quad (3.34)$$

Selon l'hypothèse formulée sur la propagation de l'onde suivant le trajet  $SP_1P_2Q'$ , la contribution au champ due à la propagation de l'onde L le long de la partie cylindrique, exprimée dans l'expression (3.18), est conservée dans la relation (3.32), et le coefficient de source  $D_s$  est modifié pour correspondre à la contribution au champ du rayon rasant de la formule (3.27).

### 3.3.4. Modèle d'amplitude complet pour affouillement

Il a été démontré [65] que le comportement du champ au voisinage d'une jonction entre une surface cylindrique et une surface plane est réciproque : le rôle de la source  $S$  et du point d'observation  $Q'$  de la Figure 3.14 peuvent donc être intervertis. Il est ainsi possible d'obtenir le champ le long du trajet  $Q'P_2P_1S$  en inversant l'équation (3.32), soit :

$$u_r(S) = D_s e^{ik_L r'} (r')^{-d} u_r^{(rpt)}(P_1) u^{(vol)}(S), \quad (3.35)$$

où  $u^{(vol)}(S)$  est la contribution au champ dû à la propagation volumique de l'onde entre  $P_1$  et  $S$ .

Soit le trajet  $SP_1P_2P_3P_4Q$  représentant la propagation de l'onde de tête le long d'un affouillement, représenté en vert sur la Figure 3.15.



Figure 3.15 : Trajet complet  $SP_1P_2P_3P_4Q$  le long d'un affouillement

La partie  $SP_1P_2P_3$  du trajet  $SP_1P_2P_3P_4Q$  de la Figure 3.15 correspond au trajet  $SP_1P_2Q$  de la Figure 3.14. L'expression (3.32) donne donc le champ de l'onde au point  $P_3$ . D'autre part, la partie  $P_2P_3P_4Q$  du trajet  $SP_1P_2P_3P_4Q$  de la Figure 3.15 est équivalente au trajet inverse  $Q'P_2P_1S$ , pour lequel le champ au point  $S$  se calcule avec l'expression (3.35). En émettant l'hypothèse que les expressions (3.32) et (3.35) sont valables sur le trajet  $SP_1P_2P_3P_4Q$ , c'est-à-dire que  $kl \gg 1$  avec  $l$  la longueur du rayon rasant  $P_2P_3$  et  $kl' \gg 1$  avec  $l'$  la longueur du rayon de volume  $P_4Q$ , on obtient le modèle d'amplitude complet du trajet  $SP_1P_2P_3P_4Q$  en combinant les expressions (3.32) et (3.35). Le champ de l'onde L reçue au point d'observation  $Q$  de la Figure 3.15 est alors :

$$u_r(Q) = u^{(vol)}(P_1) u_r^{(rpt)}(P_2) D_s e^{ik_L l} (l)^{-d} u_r^{(rpt)}(P_4) u^{(vol)}(Q), \quad (3.36)$$

avec  $u_{vol}(P_1)$  le champ volumique émis par  $S$  en  $P_1$ ,  $u_r^{(rpt)}(P_2)$  la contribution au champ liée à la propagation surfacique le long de  $P_1P_2$  (expression (3.33)),  $u_r^{(rpt)}(P_4)$  la contribution au champ liée à la propagation surfacique le long de  $P_3P_4$  (expression (3.30)), et  $u_{vol}(Q)$  la contribution au champ liée à la propagation volumique de  $P_4$  vers  $Q$ .

### 3.3.5. Établissement par simulation de la divergence du rayon rasant

Au cours des sections 3.3.3 puis 3.3.4, on a émis l'hypothèse que la propagation du champ le long de la partie plane d'un affouillement pouvait se modéliser en considérant qu'une onde rasante se forme à la jonction entre une partie plane et une partie courbe de la surface, et que la propagation de cette onde se représentait sous la forme usuelle d'un rayon, c'est-à-dire en faisant intervenir un coefficient de source  $D_s$ , et une divergence sous la forme  $r^{-d}$ , avec  $r$  la longueur du rayon rasant et  $d$  le coefficient de divergence.

Dans cette section, on souhaite vérifier par une étude paramétrique si cette approche est valide, et déterminer le coefficient  $d$  à appliquer dans le cas d'une inspection TOFD d'un matériau en acier (interface acier/air). Pour cela, on cherche à acquérir le signal de l'onde de tête au cours d'une inspection TOFD par simulations numériques CIVA/Athena [21] (éléments finis), sur plusieurs configurations de pièces présentant une surface avec un affouillement. Deux exemples de configurations sont donnés sur la Figure 3.16.

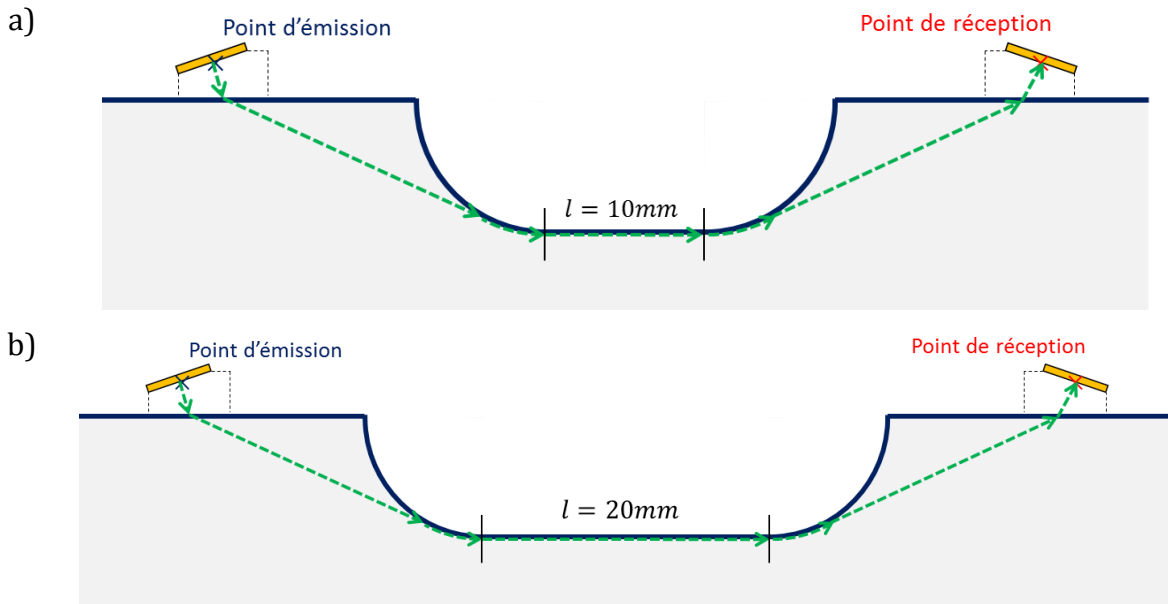


Figure 3.16 : Présentation de deux configurations TOFD comprenant une surface d'affouillement pour l'étude paramétrique de la divergence du rayon rasant.

L'idée de cette étude paramétrique, comme le montre la Figure 3.16, est de faire varier uniquement la longueur de la partie plane de l'affouillement, sans modifier l'éloignement des capteurs aux parties courbes de l'affouillement. En conséquence, le parcours de l'onde de tête, représenté en vert dans les configurations données par la Figure 3.16, reste inchangé, pour un rayon de courbure  $a$  donné, en dehors de la longueur  $r$  du rayon rasant : ce dernier est alors égal à la longueur  $l$  de la partie plane de l'affouillement. Si l'expression (3.36) est valide, seul le terme de divergence du rayon rasant  $l^{-d}$  variera, et une régression en puissance de l'amplitude de l'onde de tête reçue, en fonction de la longueur  $l$  de la partie plane, permettra de déterminer le coefficient de divergence  $d$ .

Les simulations numériques sont effectuées sur une pièce en acier inoxydable, en utilisant un transducteur plan de diamètre  $6,35mm$  sur un sabot  $L60^\circ$  à  $5MHz$ . La longueur de la partie plane varie entre  $0$  et  $30mm$ . Afin de disposer de plusieurs cas de validation, l'étude paramétrique est effectuée pour trois rayons de courbure des parties cylindriques :  $8$ ,  $10$  et  $12mm$ .

A titre de comparaison, l'étude paramétrique est aussi effectuée dans un cas où la partie plane de l'affouillement est supprimée, comme montré sur la *Figure 3.17*, de sorte que le rayon rasant est remplacé par un rayon d'espace.

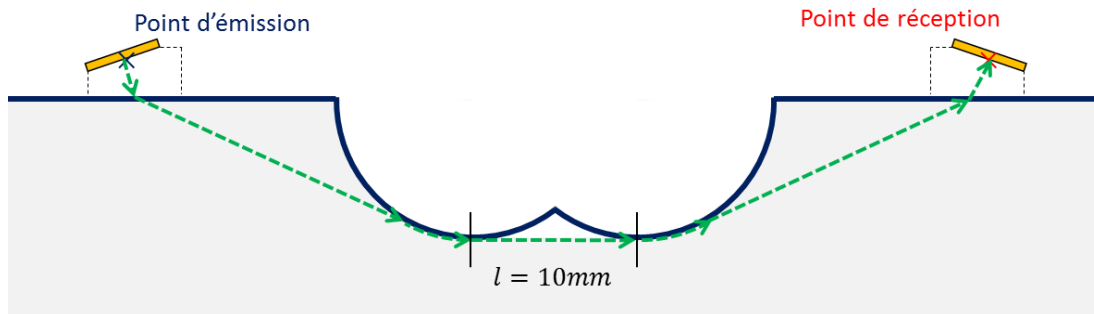


Figure 3.17 : Configuration TOFD présentant un affouillement dont la partie plane a été déformée.

Si l'hypothèse effectuée dans la section précédente est valide, le coefficient de divergence du rayon rasant ne sera pas le même que celui du rayon d'espace. Les résultats de l'étude sont présentés en *Figure 3.18*. Les courbes discrètes des *Figure 3.18a* et *Figure 3.18b* correspondent à l'amplitude de l'onde de tête reçue sur le capteur en fonction de la longueur de la partie plane  $l$  comprise entre  $0mm$  et  $30mm$  dans le cas de la *Figure 3.18a*, et pour  $l > 10mm$  dans le cas de la *Figure 3.18b*. À chaque couleur est associé un type de configuration (affouillement avec partie plane et rayon de courbure de  $8$ ,  $10$  et  $12mm$ , affouillement sans partie plane). On souhaite étudier la divergence du rayon rasant : une régression en puissance, de type  $f(l) = Al^{-d}$  avec  $A$  et  $d$  les paramètres réels à déterminer, a été effectuée sur chaque courbe discrète, et est représentée sur les *Figure 3.18a* et *Figure 3.18b* par une courbe continue de même couleur. Le paramètre d'exposant  $d$  de la loi en puissance  $f(l) = Al^{-d}$ , et le coefficient de régression  $R^2$  sont donnés pour chaque cas dans le *Tableau 3.1*.

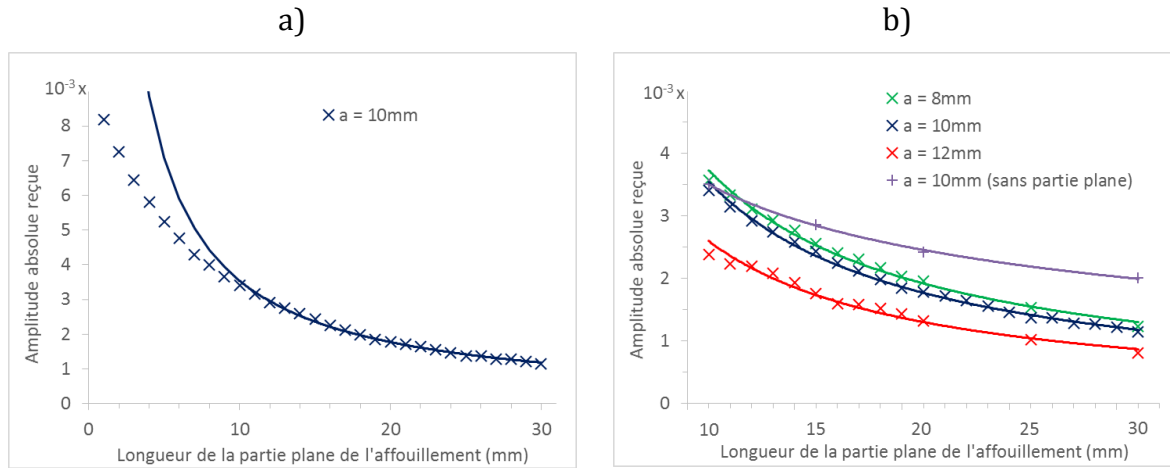


Figure 3.18 : Etude paramétrique sur la divergence du rayon rasant sous CIVA/Athena. Amplitude absolue de l'onde de tête reçue, en fonction de la longueur  $l$  de la partie plane de l'affouillement a) pour un affouillement de courbure  $a = 10\text{mm}$  (marquée par des croix) entre  $l = 0$  et  $l = 30\text{mm}$ . Régression en puissance  $f(l) = Al^{-d}$  (courbe continue). b) entre  $l = 10\text{mm}$  et  $l = 30\text{mm}$ , pour des affouillements de différentes courbures (croix) - en vert :  $a = 8\text{mm}$ , en bleu :  $a = 10\text{mm}$ , en rouge :  $a = 12\text{mm}$  - et pour un affouillement sans partie plane (en violet). Pour chaque type d'affouillement, une régression en puissance  $f(l) = Al^{-d}$  (courbes continues de même couleur) est fournie.

Configuration	Paramètre $d$	Coefficient de régression $R^2$
$a = 8\text{mm}$	0,957	0,993
$a = 10\text{mm}$	1	0,9966
$a = 12\text{mm}$	0,996	0,9779
$a = 10\text{mm}$ sans fond	0,512	0,9981

Tableau 3.1 : Résultats de la régression  $f(l) = Al^{-d}$  en puissance pour chaque courbe de la Figure 3.18b : paramètre d'exposant  $d$  et coefficient de régression  $R^2$ .

La Figure 3.18a indique tout d'abord que l'amplitude du champ reçu pour l'affouillement  $a = 10\text{mm}$  suit une loi de puissance en  $l^{-d}$ , à condition que la longueur  $l$  de la partie plane de l'affouillement soit suffisamment grande ( $l > 10\text{mm}$ ), ce qui rejoint l'hypothèse de champ lointain ( $k_L l \gg 1$ ) émise lors de l'établissement du modèle complet sur l'affouillement (section 3.3.4). L'amplitude des champs mesurés est représentée en champ lointain ( $l$  compris entre  $10\text{mm}$  et  $30\text{mm}$ ) en Figure 3.18b pour trois rayons de courbure  $a$  différents, et varie bien en  $l^{-d}$  avec  $d$  proche de 1 (Tableau 3.1).

Enfin la Figure 3.18b montre que dans le cas de l'affouillement sans partie plane (courbes violettes), la divergence du champ varie comme  $l^{-1/2}$ . Ce résultat est logique, le coefficient de divergence d'un rayon de volume dans un milieu de propagation 2D étant de  $1/2$ .

En résumé, si la longueur de la partie plane est suffisamment grande, le comportement du champ le long de la partie plane de l'affouillement peut être modélisé en première approximation par un rayon de divergence  $l^{-d}$ , et le modèle de propagation sur l'affouillement représenté par l'expression (3.36) est valide. Dans le cas de l'acier

inoxydable pour une inspection TOFD à 5MHz, ce coefficient  $d$  est de l'ordre de 1. On note ainsi que le rayon rasant dans le cas élastodynamique ( $d \approx 1$ ) dispose d'une divergence plus importante qu'un rayon d'espace ( $d = 1/2$ ), mais plus faible que le rayon rasant d'une onde électrique (cas scalaire) dans des conditions d'interface molle (Dirichlet  $d = 3/2$ ). Cette observation laisse supposer que certains phénomènes de propagation, présents uniquement en milieu solide, influent sur ce coefficient de divergence, comme la formation d'une onde de tête de type T le long de la partie plane de l'affouillement vue au cours du chapitre 1. Enfin, il reste à valider le coefficient de source  $D_s$  appliqué au rayon rasant : cette validation sera conduite dans la partie 4.2 du chapitre 4. Au cours de cette partie, des inspections TOFD sur des affouillements seront simulées sous CIVA en utilisant le modèle du rayon rasant, et l'amplitude du champ de l'onde de tête ainsi calculée sera comparée à celle issue de simulations numériques.

## CONCLUSION

Après avoir introduit l'approche GTD traitant simplement la diffraction d'une onde acoustique sur un cylindre vide, nous avons proposé en acoustique un modèle rayon asymptotique permettant de modéliser le champ porté par les rayons rampants dominants le long d'un demi-cylindre. Nous avons ensuite effectué une simulation, couplant l'algorithme GRTT au modèle du rayon rampant, de la propagation du front de l'onde de tête, et constaté la forte atténuation induite par la diffraction de cette onde sur une surface présentant une irrégularité cylindrique.

Le cas des milieux solides a fait l'objet de la seconde partie. L'approche asymptotique présentée en première partie est aussi valable dans un solide, et il a été démontré que la contribution du champ due à la propagation le long de rayons rampants peut être présentée sous forme d'un modèle rayon à partir du modèle SOV (Separation Of Variables) exact de la diffraction d'un cylindre dans un milieu solide. Nous avons ainsi élaboré deux modèles rayon : le modèle SOV en champ lointain et le modèle asymptotique du rayon rampant élastique. Ces modèles ont été appliqués à plusieurs configurations de simulation : il en résulte que le modèle SOV en champ lointain est plus précis près de la zone d'ombre géométrique du cylindre. En conséquence, le modèle SOV en champ lointain a été retenu pour modéliser dans CIVA le champ de l'onde de tête diffractée par une irrégularité cylindrique.

Enfin le cas de l'affouillement a été traité dans l'optique de la théorie des rayons : un modèle a été proposé et fait appel à la notion de rayon rasant, qui est un rayon lancé par un rayon rampant, et qui se propage le long de la partie plane de l'affouillement. Ce rayon rasant possède une divergence de champ spécifique, dépendante des conditions aux limites sur la surface diffractante : une étude paramétrique numérique sous CIVA/Athena valide ce modèle et détermine la valeur du coefficient de divergence à appliquer dans le cas d'une inspection TOFD au contact sur une pièce en inoxydable.

Les éléments nécessaires à la simulation complète de l'onde de tête sur une interface irrégulière conforme à l'approche décrite dans le chapitre 1 sont réunis : l'algorithme

GRTT (chapitre 2) permet de connaître le trajet et le temps de vol de l'onde, et des modèles rayon (chapitre 3) permettent de quantifier le champ de l'onde diffracté sur une irrégularité de surface cylindrique ou un affouillement. La dernière étape de cette thèse est donc l'intégration de ces modèles dans le logiciel CIVA, afin de pouvoir réaliser des simulations TOFD prenant en compte les effets de la surface sur le signal temporel de l'onde de tête reçue. Cette intégration, qui permettra aussi de valider la modélisation de l'onde de tête que nous proposons, sera le sujet du chapitre 4.





# CHAPITRE 4 : VALIDATION DU MODÈLE DE SIMULATION DE L'ONDE DE TÊTE SUR INTERFACE IRRÉGULIÈRE

## RÉSUMÉ

Au cours de ce chapitre 4, l'approche de modélisation énoncée au chapitre 1 est utilisée pour intégrer l'algorithme de tracé de rayons (chapitre 2), et les modèles « rayon » d'amplitude (chapitre 3), dans le module « Simulation d'inspection » de CIVA.

L'objectif de cette intégration est de proposer à l'utilisateur le calcul du signal temporel de l'onde de tête reçue sur le capteur récepteur au cours d'une inspection TOFD sur une pièce de surface irrégulière. Pour cela, l'algorithme GRTT fournit le trajet de l'onde de tête, puis ce trajet est interprété sous forme de blocs représentant les différentes interactions que peut subir l'onde de tête au cours de sa propagation. À chaque bloc est associé un modèle rayon d'amplitude développé au cours du chapitre 3. L'intégration dans CIVA offre l'avantage de pouvoir aisément comparer les simulations d'onde de tête à celles issues d'autres modèles d'onde de tête (modèles sur interface plane ou éléments finis) et de se calibrer sur la réponse de défauts (trous) ou de cibles (fonds de pièces) de référence.

L'intégration de l'onde de tête sous CIVA adapte la modélisation proposée au chapitre 3, valable pour des sources ponctuelles à la simulation d'inspections TOFD sur des capteurs étendus : pour une source et un récepteur ponctuels, un seul rayon les reliant est obtenu, et les modèles rayon d'amplitude sont appliqués à ce rayon. Dans le cas de capteurs étendus, les surfaces émettrices et réceptrices sont discrétisées en un ensemble de points : un tracé de rayon est effectué pour chaque couple de points émetteur/récepteur de l'inspection, puis les contributions obtenues par les modèles rayon d'amplitude sur chaque tracé de rayon sont sommées, le poids de chaque contribution tenant compte de l'aspect étendu de la source et du récepteur.

Des comparaisons à des résultats de simulations par éléments finis valident théoriquement les temps de vol de l'onde de tête calculés par le modèle intégré, pour toutes les formes d'irrégularité de surface. La même validation théorique est ensuite effectuée pour l'amplitude de l'onde de tête dans le cas d'irrégularités cylindriques et d'affouillements. Cette validation montre une bonne concordance des résultats dans le cas d'irrégularités cylindriques, à condition que le rayon de l'irrégularité soit suffisamment grand. La validation sur les affouillements révèle que la propagation de l'onde le long de la partie plane de l'affouillement est bien modélisée.

En dernier lieu, une validation expérimentale de la modélisation de l'onde de tête sous CIVA est proposée pour un affouillement réaliste : elle montre que le signal simulé est très proche du signal reçu expérimentalement.

## INTRODUCTION

Le logiciel CIVA propose un module, appelé « Simulation d'inspection », permettant de simuler les différentes représentations échographiques (A-scan, B-scan) d'une inspection TOFD sur une pièce comportant des défauts. Ce module implique de calculer la réponse temporelle du champ de pression émis par une pastille piézoélectrique et reçu par une autre pastille piézoélectrique.

Pour simuler une réponse temporelle, le logiciel CIVA fait appel à plusieurs modèles semi-analytiques [69], afin de calculer le signal de chaque onde se propageant dans la pièce inspectée. La méthode des pinceaux [22] permet, par exemple, de calculer les différentes ondes géométriques (réflexion/transmission) émises depuis les surfaces de la pièce. CIVA dispose notamment de différentes solutions [70] pour obtenir les signaux émis par un défaut:

- de type cavité, par exemple un trou cylindrique (méthode SOV [59] - Séparation de variables - ou modèle Kirchhoff [71]) ou un défaut de type fissure constitué de facettes planes (modèles Kirchhoff [71], GTD [2] - Théorie Géométrique de la Diffraction - ou PTD [72] - Théorie Physique de la Diffraction)

- ou de type inclusion solide (modèles SOV [73] ou Born doublement distordu [74]).

On citera enfin, comme mentionné dans le chapitre 1, le modèle de Cerveny [3], permettant de simuler la propagation d'une onde de tête sur une interface plane.

Dans ce chapitre, nous souhaitons proposer, intégrer et valider, pour la propagation de l'onde de tête au voisinage de surfaces irrégulières, un modèle compatible avec le module « Simulation d'inspection » de CIVA. Ce modèle, issu de la modélisation proposée au cours du chapitre 1, doit donc être capable de fournir le signal temporel de l'onde de tête effectivement reçu sur la pastille réceptrice au cours d'une inspection TOFD pour différentes configurations de pièces.

La première partie de ce chapitre sera donc consacrée à l'intégration des éléments développés au cours des chapitres précédents (algorithme de tracé de rayons GRTT dans le chapitre 2, modèles rayon pour l'amplitude de l'onde dans le chapitre 3), afin de fournir le signal temporel de l'onde de tête. Les trois parties suivantes se focaliseront sur la validation de cette intégration : la première partie concernera la validation théorique, par comparaison avec des résultats de simulations par éléments finis du temps de vol de l'onde de tête, la deuxième partie proposera le même type de validation pour l'amplitude de l'onde de tête. Enfin, la dernière partie s'intéressera à la validation d'un cas complet (forme du signal, temps de vol, amplitude) de modélisation de l'onde de tête sur une acquisition expérimentale.

## 4.1. INTÉGRATION DU MODÈLE COMPLET DANS CIVA

### 4.1.1. Principe de l'intégration

L'intégration du modèle de propagation de l'onde de tête dans le logiciel CIVA sur des interfaces irrégulières se fait en suivant le principe de modélisation exposé au cours du chapitre 1. Cette approche fait appel à l'algorithme de tracé de rayon développé dans le chapitre 2, et aux modèles d'amplitude du chapitre 3 pour la diffraction sur des irrégularités de surfaces cylindriques et des affouillements.

Cependant, la modélisation du signal de l'onde de tête dans CIVA requiert celle de deux facteurs non pris en compte dans les chapitres précédents :

- Les modèles d'amplitude présentés dans le chapitre 2 sont des modèles fréquentiels, alors que l'onde émise par le capteur émetteur n'est pas monochromatique : il s'agit d'un paquet d'ondes disposant d'une certaine largeur de bande passante. Un exemple typique de paquet d'ondes émis, de fréquence centrale  $5\text{MHz}$  et de bande passante  $50\%$ , est représenté dans le domaine temporel, et par son spectre dans le domaine fréquentiel sur la *Figure 4.1*.

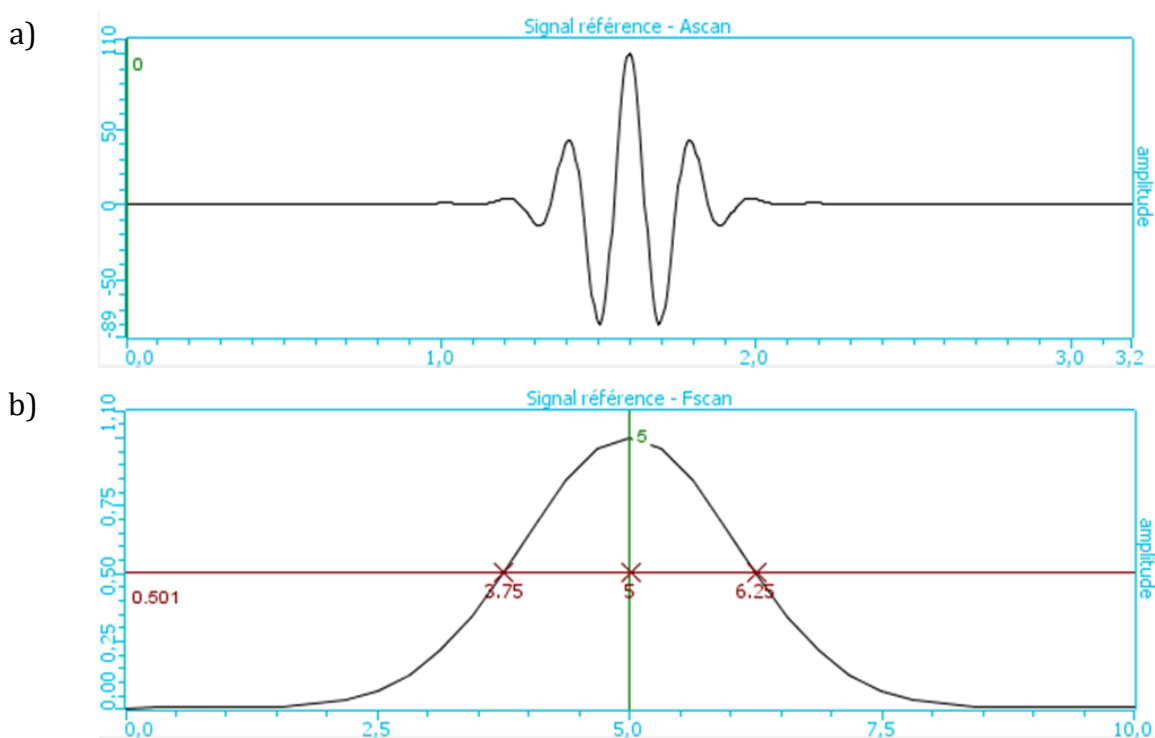


Figure 4.1 : Exemple caractéristique de paquet d'onde émis par le capteur émetteur.

a) Représentation temporelle du paquet d'onde (abscisse en  $\mu\text{s}$ ).

b) Représentation fréquentielle du paquet d'onde (abscisse en  $\text{MHz}$ ).

- Les capteurs émetteurs et récepteurs utilisés au cours d'une inspection TOFD possèdent généralement des dimensions suffisamment larges pour ne pas pouvoir

être considérés comme ponctuels. Jusqu'à maintenant, notre étude a concerné des points d'émission et de réception et non des sources étendues.

Dans la suite de cette partie, nous allons montrer comment chaque étape de l'approche de modélisation présentée dans le chapitre 1 a été adaptée aux contraintes évoquées précédemment.

#### 4.1.2. Cas d'une inspection TOFD avec une source et un récepteur ponctuels

Dans cette section, on suppose tout d'abord que l'inspection TOFD est effectuée à l'aide d'une source ponctuelle, et on cherche la réponse temporelle de l'onde de tête en un point d'observation. Cette modélisation initiale constitue la première étape à l'adaptation de la modélisation au cas de capteurs étendus : cette dernière sera effectuée dans la section 4.1.4.

##### a) Détermination du parcours de l'onde de tête

Une version spécifique de l'algorithme de tracé de rayon (GRTT) présenté en chapitre 2 a été intégrée dans le logiciel CIVA : cette version dispose de fonctions limitées au calcul de la première onde reçue sur le point de réception, sans possibilité d'ajouter des contraintes de passage dans le calcul du trajet de l'onde. Cette version spécifique est donc suffisante pour le cas de l'onde de tête et prend comme description de la surface d'entrée les données CAO 2D de la pièce inspectée.

Le trajet ainsi calculé est constitué d'une succession de points de diffraction secondaires  $P_0, P_1, \dots, P_n$  reliés un à un par des rayons élémentaires, avec  $P_0 = P_E$  le point d'émission et  $P_n = P_R$  le point de réception. Un exemple de trajet  $P_0 P_1 \dots P_n$  est donné en Figure 1.22c.

##### b) Détection des interactions le long du trajet

Comme nous l'avons montré dans l'étude des instantanés du champ du chapitre 1, et validé par l'utilisation du GRTT dans le chapitre 2, les interactions le long du trajet de l'onde de tête génèrent différents types de rayons dont trois sont pris en compte :

- des rayons volumiques (émission de l'onde depuis la source, réfraction sur la surface de la pièce),
- des rayons rampants (diffraction de l'onde sur une surface cylindrique puis propagation le long de cette surface),
- des rayons rasants (diffraction d'une onde à la jonction entre une surface cylindrique et une surface plane, dans le cas d'un affouillement par exemple).

Au cours de cette étape de modélisation, les différents types de rayon composant le trajet  $P_0 P_1 \dots P_n$  de l'onde de tête sont détectés : en effet, l'algorithme GRTT fournit la nature (volumique, rampant, rasant) et les caractéristiques (longueur, position et courbure) de chaque rayon élémentaire du parcours. Ces rayons sont mis sous la forme de plusieurs

blocs, dont la succession forme le trajet de l'onde. Pour deux points courants  $P_i$  et  $P_{i+1}$  du trajet  $P_0P_1...P_n$ , ces blocs peuvent être de trois types, comme indiqué sur la Figure 4.2.

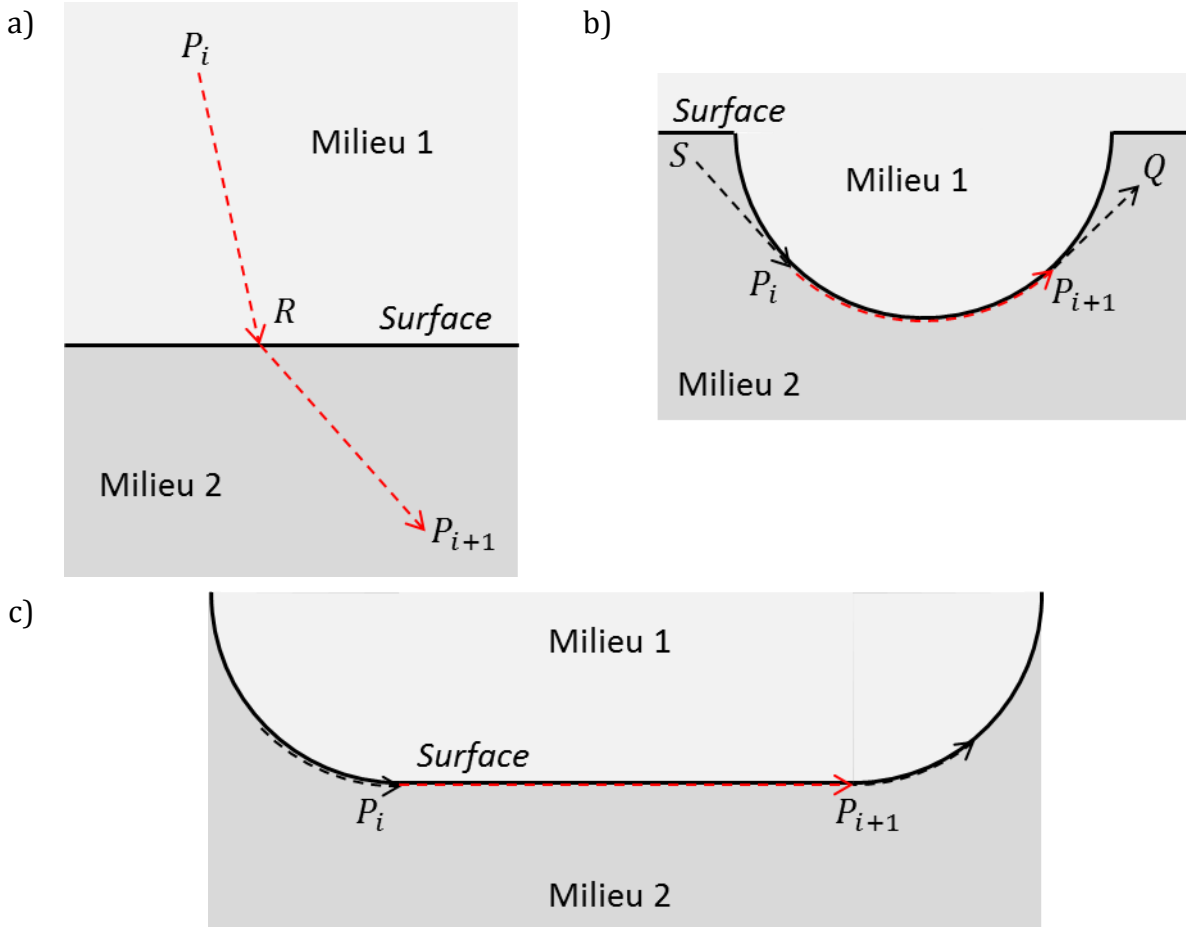


Figure 4.2 : Schéma des différents blocs de rayon détectés par l'algorithme GRTT intégré dans CIVA. Les rayons d'un bloc sont représentés en rouge.

- a) Exemple d'un bloc volumique.
- b) Exemple d'un bloc rampant.
- c) Exemple d'un bloc rasant.

Le premier type de bloc est le bloc volumique (Figure 4.2a) : il est composé d'un ou plusieurs rayons volumiques successifs. Sur la Figure 4.2a, ce bloc correspond au parcours  $P_iRP_{i+1}$  : l'onde émise en  $P_i$  est réfractée sur la surface de la pièce en  $R$  et reçue en  $P_{i+1}$  ; le bloc volumique modélise ici la variation d'amplitude du champ entre les points  $P_i$  et  $P_{i+1}$ . Le deuxième type de bloc est le bloc rampant (Figure 4.2b) : il représente la partie rampante  $P_iP_{i+1}$  de la diffraction de l'onde émise en  $S$  le long d'une irrégularité surfacique et reçue en  $Q$ . Ce bloc modélise aussi la variation d'amplitude du champ entre le point  $P_i$  et le point  $P_{i+1}$ , la propagation entre  $P_{i+1}$  et  $Q$  étant gérée à la suite par un bloc volumique voisin. Le dernier type de bloc est le bloc rasant (Figure 4.2c). La Figure 4.2c montre que ce type de bloc est composé d'un rayon rasant  $P_iP_{i+1}$  se propageant entre les deux points de jonction de l'affouillement : le bloc rasant modélise ainsi la variation d'amplitude du

champ entre ces deux points, la propagation à partir de  $P_{i+1}$  étant ensuite traitée par un bloc rampant voisin.

c) Application de modèles d'amplitude par bloc

Les blocs rampant et rasant correspondent aux phénomènes de propagation de l'onde de tête modélisés dans le chapitre 3 :

- Le bloc rampant est modélisé à l'aide du modèle SOV asymptotique du chapitre 3. Son intégration sera traitée plus en détail dans la section suivante.
- Le bloc rasant est traité selon le modèle du rayon rasant développé au chapitre 3.
- La modélisation du bloc volumique fait appel à la modélisation déjà existante sous CIVA des rayons de volume par la méthode des pinceaux [22].

Ces différents modèles ont été développés dans le cas d'une source émettant une onde monochromatique. Ils peuvent donc être représentés sous la forme générale suivante, dans le domaine fréquentiel pour un bloc courant  $i$ .

$$u(P_{i+1}, \omega) = u(P_i, \omega) F(P_i / P_{i+1}, \omega), \quad (4.1)$$

où  $i = (0, \dots, n-1)$ ,  $u(P_{i+1}, \omega)$  est le déplacement particulaire de l'onde reçue au point d'arrivée  $P_{i+1}$  du bloc de rayon, et  $u(P_i, \omega)$  est le champ de déplacement particulaire émis au point de départ  $P_i$  (Figure 4.2).  $F(P_i / P_{i+1}, \omega)$  représente le spectre fréquentiel du modèle d'amplitude utilisé pour le bloc courant : cette fonction relie l'amplitude du champ en  $P_{i+1}$  à celle en  $P_i$ . Le modèle permettant de calculer le spectre dépend de la nature du bloc courant : le modèle utilisé et donc la fonction  $F(P_i / P_{i+1}, \omega)$  font appel à plusieurs paramètres d'entrée autres que la pulsation  $\omega$ , comme les paramètres physiques et structuraux des milieux contenant les points  $P_i$  et  $P_{i+1}$ .

d) Réponse temporelle simulée de l'onde de tête

L'expression (4.1) montre donc que le champ de l'onde en  $P_{i+1}$  dépend d'une part du déplacement particulaire en  $P_i$  et d'autre part du modèle rayon utilisé qui est représenté sous la forme d'un spectre fréquentiel  $F(P_i / P_{i+1}, \omega)$ . Pour un paquet d'ondes émis comme représenté sur la Figure 4.1, la Transformée de Fourier Inverse ( $TF^{-1}$ ) de l'expression (4.1) appliquée sur les fréquences contenues dans la bande passante du paquet d'ondes permet de passer le champ de déplacement observé en  $P_{i+1}$  dans le domaine temporel :

$$u(P_{i+1}, t) = TF^{-1}\{u(P_{i+1}, \omega)\} = u(P_i, t) \otimes TF^{-1}\{F(P_i / P_{i+1}, \omega)\}, \quad (4.2)$$

où le signe  $\otimes$  représente une opération de convolution.

Le terme  $TF^{-1}\{F(P_i / P_{i+1}, \omega)\}$  est donc la réponse impulsionnelle du modèle rayon d'amplitude du bloc courant  $i$ . Le champ de déplacement, dans le domaine temporel, est alors le résultat de la convolution du champ au point source du bloc avec la réponse impulsionnelle du modèle d'amplitude.

Or le trajet complet  $P_0 P_1 \dots P_n$  de l'onde, entre le point d'émission  $P_0 = P_E$  et le point de réception  $P_n = P_R$  (Figure 1.22c), est composé de  $n$  blocs de rayons. De plus, le champ au point source  $P_i$  du bloc  $i$  est donné par le modèle d'amplitude du bloc  $i-1$ . Par

applications successives de l'expression (4.2), on obtient donc le champ de déplacement de l'onde  $u(t, P_n)$  au point de réception  $P_n$  en fonction du signal émis  $u(t, P_0)$  au point d'émission  $P_0$  :

$$u(P_n, t) = u(P_0, t) \otimes TF^{-1}\{F(P_0 / P_1, \omega)\} \otimes \dots \otimes TF^{-1}\{F(P_i / P_{i+1}, \omega)\} \otimes \dots \otimes TF^{-1}\{F(P_{n-1} / P_n, \omega)\}, \quad (4.3)$$

avec  $F(P_i / P_{i+1}, \omega)$  le spectre fréquentiel du modèle d'amplitude appliqué au bloc  $i$ .

L'expression (4.3) montre que le champ de déplacement sur le capteur sera calculé dans le domaine temporel en effectuant la convolution des réponses impulsionnelles des modèles d'amplitude appliqués à chaque bloc composant le trajet, ainsi que du signal temporel de l'onde émise.

Il aurait bien sûr été possible d'effectuer le calcul de l'expression (4.3) autrement : on peut obtenir le signal temporel de l'onde reçue en  $P_n$  en multipliant tout d'abord tous les spectres des modèles d'amplitude dans le domaine fréquentiel, puis en effectuant une seule Transformée de Fourier Inverse afin de se replacer dans le domaine temporel. Cependant, nous avons préféré choisir pour le moment l'approche décrite dans la formule (4.3), et ce pour deux raisons :

- La convolution successive des réponses impulsionnelles associées à chaque bloc composant le trajet présente l'avantage d'une interprétation physique plus simple : chaque interaction de l'onde avec la surface de la pièce est clairement identifiée et séparée, ce qui facilite le développement et le débogage du modèle complet.
- Le modèle SOV en champ lointain du bloc rampant nécessite certains ajustements qui ne sont possibles que dans le domaine temporel.

Cette approche est temporaire et devra être améliorée, car elle n'optimise pas le temps de calcul du modèle : en effet, des blocs similaires utilisant le même modèle rayon pourraient être traités de manière groupée.

Nous allons maintenant étudier les ajustements nécessaires à l'intégration du modèle SOV dans CIVA.

#### 4.1.3. Intégration du modèle SOV en champ lointain

Le modèle SOV en champ lointain a été présenté dans la section 3.2.2. Nous avons cependant observé par la suite que ce modèle intégrait deux contributions au champ issues de l'onde plane incidente sur le cylindre : la réflexion sur la surface du cylindre et la propagation rampante le long du cylindre (*Figure 3.9*). Dans le cadre de la modélisation de l'onde de tête sur un demi-cylindre, seul un rayon rampant dominant contribue effectivement au champ reçu (voir section 3.1.3), et on souhaite supprimer la contribution de la réflexion, qui ne concerne pas la modélisation de la propagation de l'onde de tête.

Conformément au principe d'intégration des modèles rayon, donné dans la section précédente, la réponse impulsionnelle associée à un bloc rampant est issue de la Transformée de Fourier Inverse du modèle SOV champ lointain. En suivant les notations de la section 3.2.2, la réponse impulsionnelle  $u_r^{(SOV)}(t, \theta)$  du champ longitudinal d'un bloc



rampant, dans la direction d'observation  $\theta$ , s'obtient en modifiant la formule (3.18). Celle-ci est amputée de la partie volumique de la propagation du champ (qui sera traitée par le bloc volumique voisin du bloc rampant), afin de ne prendre en compte que l'effet de diffraction sur le cylindre représenté par un bloc rampant (*Figure 4.2b*), soit :

$$u_r^{(SOV)}(t, \theta) = TF^{-1}\{u_r^{(SOV)}(\omega, \theta)\}, \quad (4.4)$$

avec :

$$u_r^{(SOV)}(\omega, \theta) = u_0 \sum_{n=0}^{+\infty} \varepsilon_n A_n k_L a \cos n\theta. \quad (4.5)$$

On étudie maintenant la réponse impulsionnelle du modèle SOV champ lointain, calculée à l'aide de l'expression (4.4) dans un cas d'application. Soit un cylindre de rayon  $a = 10\text{mm}$  (*Figure 3.8*) et un paquet d'ondes longitudinales incidentes de fréquence centrale  $5\text{MHz}$  (*Figure 4.1*). Pour une direction d'observation  $\theta = 40,5^\circ$ , correspondant à l'inspection de la pièce décrite sur la *Figure 4.10* avec  $a = 10\text{mm}$ , et dans un milieu de propagation de type inoxydable ( $V_L = 5650\text{ms}^{-1}$ ,  $V_T = 3060\text{ms}^{-1}$ ), l'application de l'expression (4.4) donne la réponse impulsionnelle du champ longitudinal représentée en *Figure 4.3*.

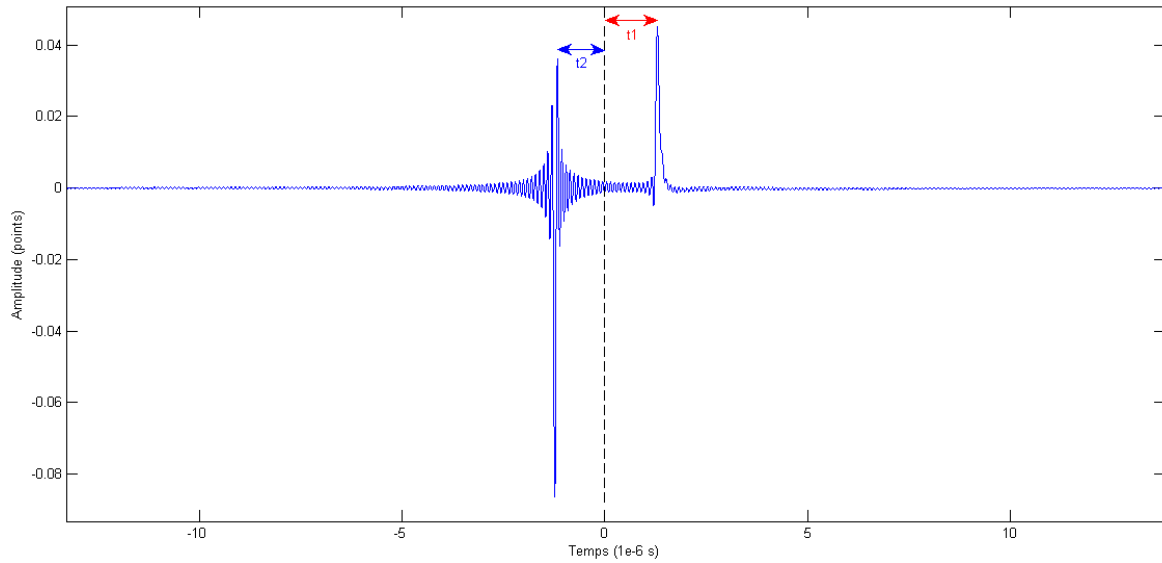


Figure 4.3 : Réponse impulsionnelle en ondes L du modèle SOV à 5MHz pour un cylindre de rayon  $a = 10\text{mm}$  dans de l'acier inoxydable.

Comme le montre la *Figure 4.3*, la réponse impulsionnelle issue de l'expression (4.4) comporte deux discontinuités, une aux temps négatifs (avec  $t_2 = -1,1\mu\text{s}$ ), l'autre aux temps positifs (avec  $t_1 = 1,3\mu\text{s}$ ). Ces discontinuités sont issues de la réflexion de l'onde incidente sur le cylindre et de la diffraction sous forme de rayon rampant le long du cylindre. Il faut maintenant déterminer laquelle des deux discontinuités correspond au rayon rampant.

L'instant  $t = 0$  de la réponse impulsionnelle de la Figure 4.3 correspond au temps de vol théorique d'une onde qui suivrait le trajet de référence (représenté en bleu sur la Figure 4.4) passant par le centre  $C$  du cylindre diffractant.

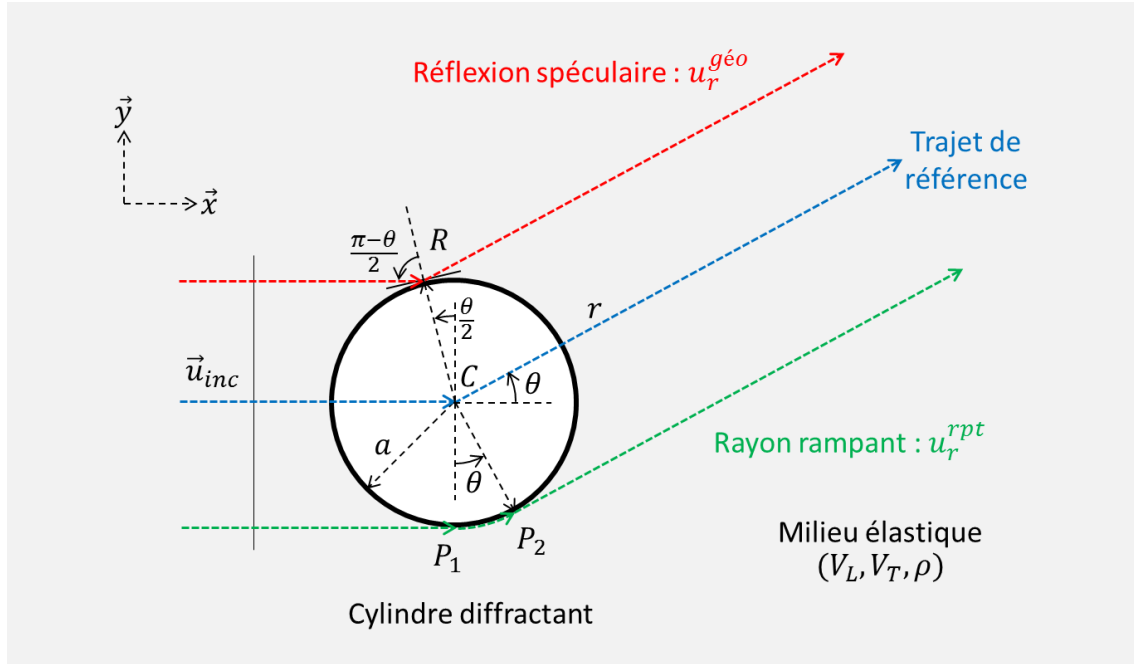


Figure 4.4 : Schéma du trajet des ondes émises par l'interaction de l'onde plane incidente  $\vec{u}_{inc}$  avec un cylindre vide dans un milieu solide.

Pour une direction d'observation  $\theta$  donnée en champ lointain, la Figure 4.4 représente le trajet du rayon réfléchi (en rouge), du rayon rampant (en vert), et le trajet de référence  $t = 0$  (en bleu). Le point de réflexion  $R$  du rayon réfléchi ainsi que les points d'attachement et de détachement  $P_1$  et  $P_2$  du rayon rampant sont indiqués. La Figure 4.4 montre que le trajet de l'onde réfléchi sur le cylindre (en rouge) est plus court que le trajet de référence  $t = 0$  (en bleu) d'une longueur  $2a \sin(\theta/2)$  : la discontinuité associée dans la réponse impulsionnelle est donc située au temps négatif  $-2a \sin(\theta/2)/V_L = -1,2 \mu s$ , pour  $a = 10 mm$ ,  $V_L = 5650 m.s^{-1}$  et  $\theta = 40,5^\circ$ . Le temps de vol de cette onde correspond donc au temps  $t_2 = -1,1 \mu s$  de la première discontinuité observée sur la Figure 4.3. Au contraire, le trajet du rayon rampant (en vert) est allongé par rapport au trajet de référence  $t = 0$  d'une longueur  $\theta a$  : la discontinuité issue de cette onde sur la réponse impulsionnelle sera donc au temps positif  $\theta a / V_L = 1,3 \mu s$ , pour  $a = 10 mm$ ,  $V_L = 5650 m.s^{-1}$  et  $\theta = 40,5^\circ$ . Ce retard correspond au temps  $t_1 = 1,3 \mu s$  mesuré sur la deuxième discontinuité de la Figure 4.3.

En conclusion, le seul signal se situant dans les temps positifs de la réponse impulsionnelle du modèle SOV asymptotique (expression (4.4)) est celui du rayon rampant. Afin de ne garder que la contribution rampante lors de l'utilisation de ce modèle dans CIVA, seule la partie de la réponse impulsionnelle correspondant aux temps positifs sera utilisée lors de l'étape de convolution (expression (4.3)). Cependant, pour des angles d'observations très faibles ou des rayons trop petits, les temps  $t_1$  et  $t_2$  peuvent être inférieurs à la largeur des réponses impulsionnelles associées aux deux ondes de la Figure

4.4 : dans ce cas, les deux signaux issus du modèle SOV se recouvriront en partie, et ne pourront pas être séparés en ne gardant que les temps positifs de la réponse impulsionnelle.

#### 4.1.4. Intégration de la modélisation CIVA pour le cas de capteurs étendus

La plupart des cas réalistes d'inspections TOFD utilisent des capteurs trop larges pour être considérés comme des sources ponctuelles, mais comme des sources linéiques dans le plan d'incidence (pour une propagation 2D). Comme le logiciel CIVA modélise des capteurs étendus, la modélisation présentée dans la section 4.1.2, valable uniquement pour des sources ponctuelles, doit être améliorée. Selon le principe de Huygens, une surface diffractante peut être décomposée en un ensemble de sources ponctuelles : la somme du champ émis par toutes les sources ponctuelles en un point d'observation  $Q$  est alors équivalente au champ émis par la surface diffractante. Dans la suite de cette section, nous allons donc utiliser ce principe pour prendre en compte l'émission et la réception du champ de l'onde de tête sur des capteurs étendus.

Soit une source linéique  $\Omega_E$  de longueur  $L_E$  représentant un capteur étendu qui émet en mode piston une onde de vitesse particulaire normale  $v_0(\omega)$  selon la normale unitaire  $\vec{n}_E$  à  $\Omega_E$ . Cette source  $\Omega_E$  se trouve dans un milieu acoustique ou élastique de densité  $\rho$  et de vitesse longitudinale  $V_L$ . On cherche le champ de déplacement longitudinal émis par cette source au point d'observation  $R$ , comme représenté sur la Figure 4.5.

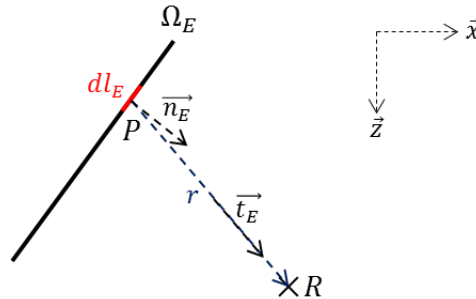


Figure 4.5 : Représentation d'une source linéique  $\Omega_E$ , et du rayon  $PR$  représentant la propagation du champ entre un élément infinitésimal  $dl_E$  de  $\Omega_E$  et un point d'observation  $R$

Pour une source de longueur infinitésimale  $dl_E$ , centrée au point  $P(x_E, z_E)$  appartenant à  $\Omega_E$ , on peut définir le rayon de volume  $PR$ . Ce rayon  $PR$  possède une direction unitaire  $\vec{t}_E$ , une longueur  $r$ , et porte le champ de déplacement longitudinal émis par la source ponctuelle  $P(x_E, z_E)$  et reçu au point d'observation  $R$  (Figure 4.5). Selon l'intégrale de Rayleigh-Sommerfeld [22,69], et en considérant que l'onde émise se propage dans le sens des  $r$  croissants (convention  $e^{j(kr - \omega t)}$ ), ce champ a pour forme  $\vec{u}^L(R, \omega) = u^L(R, \omega)\vec{t}_E$  où :

$$u^L(R, \omega) = \frac{v_0(\omega)}{V_L} (\vec{t}_E \cdot \vec{n}_E) D_s e^{ik_L r} r^{-1/2} dl_E, \quad (4.6)$$

avec  $\vec{n}_E$  la normale à la surface  $\Omega_E$  au point  $P(x_0, z_0)$ , et  $D_s = (2/\pi k_L)^{-1/2}$  comme défini dans l'équation (3.31).

Selon le principe de Huygens et l'intégrale de Rayleigh-Sommerfeld [22,69], le champ total émis par la surface  $\Omega_E$  est alors la somme des contributions des sources secondaires  $P$  appartenant à  $\Omega_E$  :

$$u^L(R, \omega) = -\frac{v_0(\omega)}{V_L} \int_{\Omega_E} (\vec{t}_E \cdot \vec{n}_E) D_S e^{ik_L r} r^{-1/2} dl_E. \quad (4.7)$$

On considère maintenant une onde longitudinale qui se propage selon un trajet  $P_0 P_1 \dots P_n$  décomposé en un ensemble de  $n$  blocs de rayons, avec  $P_0 = P_E$  le point d'émission et  $P_n = P_R$  le point de réception (Figure 1.22c). Le premier bloc représente la propagation volumique du champ entre une source ponctuelle  $P_0$  du capteur émetteur (et non une source étendue de longueur infinitésimale  $dl_E$  comme dans le cas de la Figure 4.5 avec  $P$  et  $R$ ) et le point d'observation  $P_1$ . Le spectre associé à ce premier bloc est donc celui d'une source ponctuelle  $F(P_0 / P_1, \omega) = D_S e^{ik_L r} r^{-1/2}$ , et l'intégrale de l'expression (4.7) modélisant le caractère étendu de la source se définit comme suit :

$$u^L(P_1, \omega) = \frac{v_0(\omega)}{V_L} \int_{\Omega_E} (\vec{t}_E \cdot \vec{n}_E) F(P_0 / P_1, \omega) dl_E. \quad (4.8)$$

Les  $n-1$  blocs suivants modélisent le champ respectivement entre les points  $P_i$  et  $P_{i+1}$  : les spectres  $F(P_i / P_{i+1}, \omega)$  leur sont respectivement associés. Conformément à l'approche utilisée dans la section 4.1.2, l'expression (4.7), valide pour un bloc volumique représentant le trajet  $PR$ , est donc étendue de proche en proche au cas du trajet  $P_0 P_1 \dots P_n$  en multipliant les spectres  $F(P_i / P_{i+1}, \omega)$ . Le champ de déplacement longitudinal reçu au point d'observation  $P_n$  du trajet  $P_0 P_1 \dots P_n$  est donc :

$$u^L(P_n, \omega) = \frac{v_0(\omega)}{V_L} \int_{\Omega_E} (\vec{t}_E \cdot \vec{n}_E) F(P_0 / P_1, \omega) \dots F(P_i / P_{i+1}, \omega) \dots F(P_{n-1} / P_n, \omega) dl_E. \quad (4.9)$$

Le point d'observation  $P_n$  du parcours  $P_0 P_1 \dots P_n$  est maintenant situé sur la surface du capteur récepteur. De manière symétrique au cas de la source  $\Omega_E$ , on souhaite donc déterminer le champ de pression généré par l'onde longitudinale reçu sur une ligne  $\Omega_R$  qui représente le capteur récepteur (voir Figure 4.6). Cette ligne est décomposée en un ensemble d'éléments infinitésimaux  $dl_R$ . Un élément  $dl_R$  est centré au point  $P_n(x_R, z_R)$  du parcours  $P_0 P_1 \dots P_n$  ; le champ de pression « 2D »  $p(P_n, \omega)$  reçu sur cet élément est :

$$p(P_n, \omega) = -\rho V_L i \omega (\vec{t}_E \cdot \vec{n}_E) u^L(P_n, \omega). \quad (4.10)$$

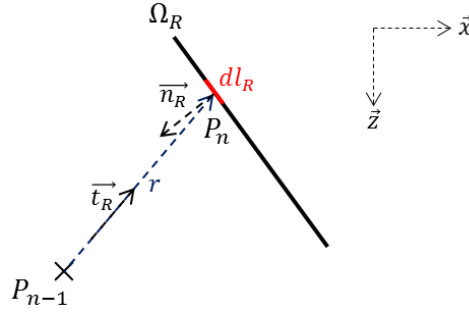


Figure 4.6 : Représentation d'une ligne de réception  $\Omega_R$  et du rayon  $P_{n-1}P_n$  représentant la propagation du champ entre le point  $R_{n-1}$  et l'élément infinitésimal  $dl_R$  de  $\Omega_R$

En « 2D », la force normale  $f^{tot}(P_n, \omega)$  s'exerçant sur la ligne  $\Omega_R$  selon la normale  $\vec{n}_R$  à  $\Omega_R$  est alors la somme des contributions sur les éléments infinitésimaux  $dl_R$  :

$$f^{tot}(P_n, \omega) = - \int_{\Omega_R} \rho V_L i \omega (\vec{t}_R \cdot \vec{n}_R) u^L(P_n, \omega) dl_R. \quad (4.11)$$

Le déplacement longitudinal reçu au point courant  $R_n$  de la ligne  $\Omega_R$  est défini par l'équation (4.9). En insérant (4.9) dans (4.11), la force normale totale reçue sur la ligne  $\Omega_R$  en fonction du champ de pression harmonique émis par la ligne  $\Omega_E$  s'exprime alors comme une double intégrale sur les lignes émettrices et réceptrices  $\Omega_E$  et  $\Omega_R$  :

$$f^{tot}(P_n, \omega) = -\rho i \omega v_0(\omega) \int_{\Omega_R} \int_{\Omega_E} (\vec{t}_E \cdot \vec{n}_E)(\vec{t}_R \cdot \vec{n}_R) F(P_0/P_1, \omega) \dots F(P_i/P_{i+1}, \omega) \dots F(P_{n-1}/P_n, \omega) dl_E dl_R. \quad (4.12)$$

Afin d'obtenir la pression reçue sur  $\Omega_R$  dans le domaine temporel, on effectue une Transformée de Fourier inverse de l'expression (4.11). Pour les mêmes raisons que pour l'expression (4.3) dans le cas d'une source ponctuelle et d'un point d'observation, le choix est fait de représenter le champ comme la convolution successive des réponses impulsionnelles  $TF^{-1}\{F_i(\omega)\}$  des  $i$  blocs qui composent le trajet entre l'élément infinitésimal en émission  $dl_E$  et l'élément infinitésimal en réception  $dl_R$ , soit :

$$f^{tot}(R_n, t) = -\rho TF^{-1}\{i \omega v_0(\omega)\} \int_{\Omega_R} \int_{\Omega_E} (\vec{t}_E \cdot \vec{n}_E)(\vec{t}_R \cdot \vec{n}_R) \otimes TF^{-1}\{F(P_0/P_1, \omega)\} \otimes \dots \otimes TF^{-1}\{F(P_i/P_{i+1}, \omega)\} \otimes \dots \otimes TF^{-1}\{F(P_{n-1}/P_n, \omega)\} dl_E dl_R. \quad (4.13)$$

La dernière étape de l'intégration du modèle complet de propagation dans CIVA pour le cas de capteurs étendus est l'étape de discrétisation. Les capteurs émetteurs et récepteurs, représentés par les lignes  $\Omega_E$  et  $\Omega_R$  de longueur  $L_E$  et  $L_R$ , sont respectivement discrétisés en un ensemble de  $N_E$  et  $N_R$  points. Chacun de ces points représente un point source du capteur émetteur ou du capteur récepteur. En effectuant cette discrétisation, l'expression (4.13) devient :

$$\begin{aligned}
 f^{tot}(R_n, t) = & -\rho \frac{L_E}{N_E} \frac{L_R}{N_R} TF^{-1} \{ i\omega v_0(\omega) \} \otimes \sum_{j=0}^{N_E} \sum_{k=0}^{N_R} \overrightarrow{(t_E^{(j,k)} . n_E^{(j)})} \overrightarrow{(t_R^{(j,k)} . n_R^{(k)})} \\
 & TF^{-1} \{ F(P_0^{(j)} / P_1^{(j,k)}, \omega) \} \otimes \dots \otimes TF^{-1} \{ F(P_i^{(j,k)} / P_{i+1}^{(j,k)}, \omega) \} \otimes \dots \quad (4.14) \\
 & \otimes TF^{-1} \{ F(P_{n-1}^{(j,k)} / P_n^{(k)}, \omega) \}.
 \end{aligned}$$

L'expression (4.14) est donc une double somme sur les points de discrétisations des capteurs émetteurs et récepteurs (repérés respectivement par les indices  $j$  et  $k$ ). Le terme de cette double somme est le modèle de propagation appliqué à un couple de points courants  $(j, k)$  : on se ramène ainsi au cas de la modélisation pour une source ponctuelle et un point de réception de la section 4.1.2. Pour des capteurs étendus, cette modélisation sera donc appliquée à chaque couple de points de discrétisation  $(j, k)$ , et les contributions au champ de chacun de ces couples seront sommées selon l'expression (4.14).

L'approche utilisée dans le cas de capteurs étendus est illustrée par la Figure 4.7 :

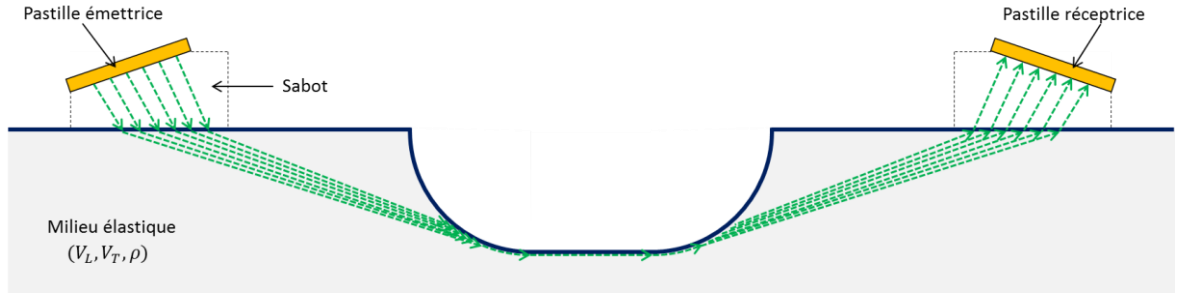


Figure 4.7 : Schéma des trajets émis par un capteur émetteur étendu et reçus sur un capteur récepteur étendu au cours d'une inspection TOFD sur une pièce d'affouillement.

La Figure 4.7 montre la configuration d'une inspection TOFD utilisant deux capteurs étendus. Chaque capteur est discrétisé en un nombre  $N$  de points. Le trajet entre deux points de discrétisation émetteur/récepteur est calculé par l'algorithme GRTT, et est représenté sur la Figure 4.7 par un tracé vert. Le modèle de propagation de la section 4.1.2 est alors appliqué à chaque tracé de rayon, et les contributions au champ longitudinal reçu sur le capteur sont ensuite sommées.

Nous allons maintenant présenter les résultats obtenus sur le calcul de l'onde de tête sous CIVA. La partie 4.2 sera consacrée à la validation théorique de la première caractéristique importante de l'onde de tête dans un contrôle : son temps de vol.

## 4.2. VALIDATIONS THÉORIQUES DU TEMPS DE VOL DE L'ONDE DE TÊTE

L'objectif de cette section est de valider le calcul du temps de vol de l'onde de tête effectué par la version de l'algorithme GRTT intégrée dans CIVA, notée CIVA/GRTT dans la suite de ce chapitre. Pour cela, des inspections TOFD sont simulées sous CIVA/GRTT, et

sous CIVA/Athena (éléments finis) qui sert de modèle de référence, puis comparées en faisant varier les paramètres géométriques de différentes configurations de surface d'entrée.

Le temps de vol de l'onde de tête calculé par CIVA/GRTT et par CIVA/Athena (simulation numérique par élément finis) est ainsi comparé pour quatre types d'irrégularité de surface : la saillie ou dièdre (section 4.2.1), le demi-cylindre (section 4.2.2) et l'affouillement (section 4.2.3), et une association de plusieurs irrégularités (section 4.2.4).

Les pièces sont en acier inoxydable ( $V_L = 5650 \text{ m.s}^{-1}$ ,  $V_T = 3060 \text{ m.s}^{-1}$ ,  $\rho = 7,1$ ), et les sabots sont composés de plexiglas ( $V_L = 2680 \text{ m.s}^{-1}$ ,  $V_T = 1340 \text{ m.s}^{-1}$ ,  $\rho = 1,18$ ). Le pas d'échantillonnage choisi pour discrétiser les surfaces de la pièce au cours de l'exécution de l'algorithme GRTT est de  $0,1 \text{ mm}$ , ce qui correspond à  $0,09\lambda$  dans la pièce avec  $\lambda$  la longueur d'onde correspondant à la fréquence centrale du paquet d'onde émis ( $5 \text{ MHz}$ ).

Les capteurs émetteurs génèrent des ondes longitudinales de fréquence  $5 \text{ MHz}$  (le signal émis celui de la *Figure 4.1*) pour une direction d'incidence dans la pièce de  $60^\circ$ . Ces capteurs TOFD possèdent une longueur de  $1 \text{ mm}$ , alors que la longueur de propagation du champ entre l'émission et la réception est de l'ordre de  $70 \text{ mm}$  minimum, ce qui nous amène à les qualifier de petits capteurs. Nous nous sommes donc intéressés à deux types d'irrégularités :

- Pour les irrégularités de type saillie, nous n'avons pas développé au chapitre 3 de modèle rayon d'amplitude permettant de calculer le champ diffracté par un dièdre. En conséquence, il n'est pas possible de calculer l'amplitude du signal de l'onde de tête par la méthode de sommation des rayons sur les points d'émission et de réception des capteurs (méthode décrite dans la section 4.1.4 et appelée méthode « multi-rayons » dans la suite de ce chapitre). Nous avons donc effectué une approximation consistant à assimiler le champ de l'onde de tête qui se propage entre les deux capteurs, au champ calculé le long du rayon passant par les points centraux des capteurs (méthode appelée « mono-rayon » dans la suite du chapitre) : cette approximation revient à considérer les capteurs comme ponctuels. On peut penser que cette approximation est suffisante dans le cas de petits capteurs, car les contributions les plus en phase rayonnées par un capteur (et donc la contribution majoritaire du champ) proviennent de sa partie centrale.
- Pour les irrégularités de type demi-cylindre et affouillement, nous disposons des modèles rayon d'amplitude adaptés, et les simulations sous CIVA/GRTT ont donc été effectuées par la méthode multi-rayons et mono-rayon. Ces deux méthodes fournissent le même temps de vol dans chaque configuration testée.

On notera par ailleurs que des validations similaires du temps de vol ont été effectuées dans le cas de capteurs étendus de longueur  $6 \text{ mm}$ . Seuls les résultats obtenus dans le cas de petits capteurs avec la méthode mono-rayon sont présentés dans cette partie, car les temps de vol observés sous CIVA/GRTT (méthode multi-rayons ou mono-rayon) et sous CIVA/Athena sont identiques sur des configurations équivalentes inspectées par de petits capteurs ( $1 \text{ mm}$ ) ou de grands capteurs ( $6 \text{ mm}$ ).

Dans le cas de la méthode mono-rayon, le temps de calcul de chaque simulation sous CIVA/GRTT est d'environ 1min, contre 1h40 sous CIVA/Athena : la modélisation sous CIVA/GRTT ne fait intervenir qu'un seul trajet dans ce cas, d'où la rapidité d'exécution de l'algorithme. Pour la méthode multi-rayons, ce temps est beaucoup plus important et atteint 1h, car de nombreux trajets entre les points émetteur/récepteur sont calculés, et les modèles rayon sont appliqués sur chaque trajet avant sommation. Cependant, de premières optimisations (non intégrées dans CIVA/GRTT pour le moment) permettent de réduire de près de 90% le temps de calcul des trajets rayons pour la méthode multi-rayons, ce qui devrait induire en théorie une réduction de 40% du temps total de simulation sous CIVA/GRTT.

#### 4.2.1. Cas d'une saillie

La première configuration de validation est une pièce possédant une irrégularité de surface de type saillie. Cette irrégularité est composée de deux parties planes inclinées de longueur fixe 15mm formant un coin, comme montré en *Figure 4.8* :

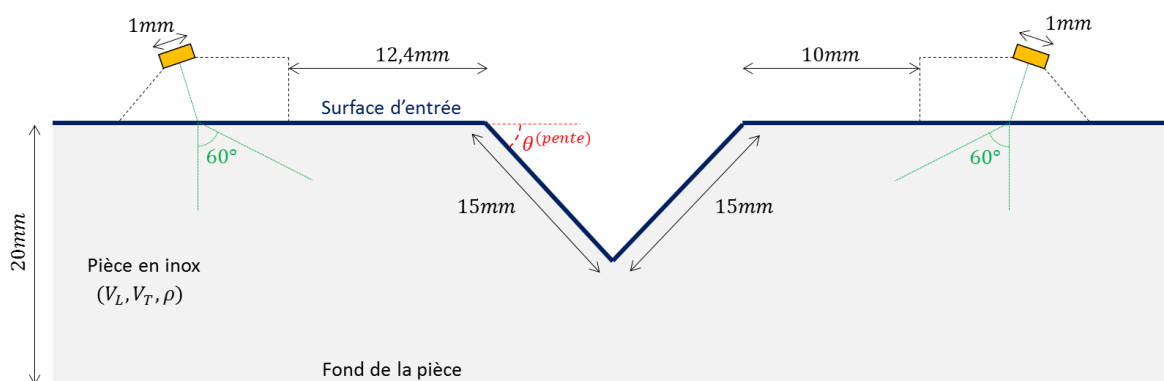


Figure 4.8 : Configuration d'inspection de la pièce utilisée pour la validation de la propagation d'ondes de tête sur des irrégularités de type « saillie ». Le paramètre géométrique variant est l'angle  $\theta$  de la pente de la saillie (en rouge).

Les capteurs TOFD sont placés de manière asymétrique de part et d'autre de la saillie, afin de rendre la configuration de validation la plus générale possible. Une série de simulations TOFD est effectuée en faisant varier l'angle de pente  $\theta$  de la saillie (représentée en rouge sur la *Figure 4.8*) de  $0^\circ$  à  $50^\circ$  sous CIVA/GRTT et sous CIVA/Athena.

Les temps obtenus au maximum de l'enveloppe du signal de l'onde de tête pour cette série de simulations sont donnés sur la *Figure 4.9*. Un temps de propagation de  $1\mu s$  dans la pièce correspond à une longueur de propagation de 5,65mm.



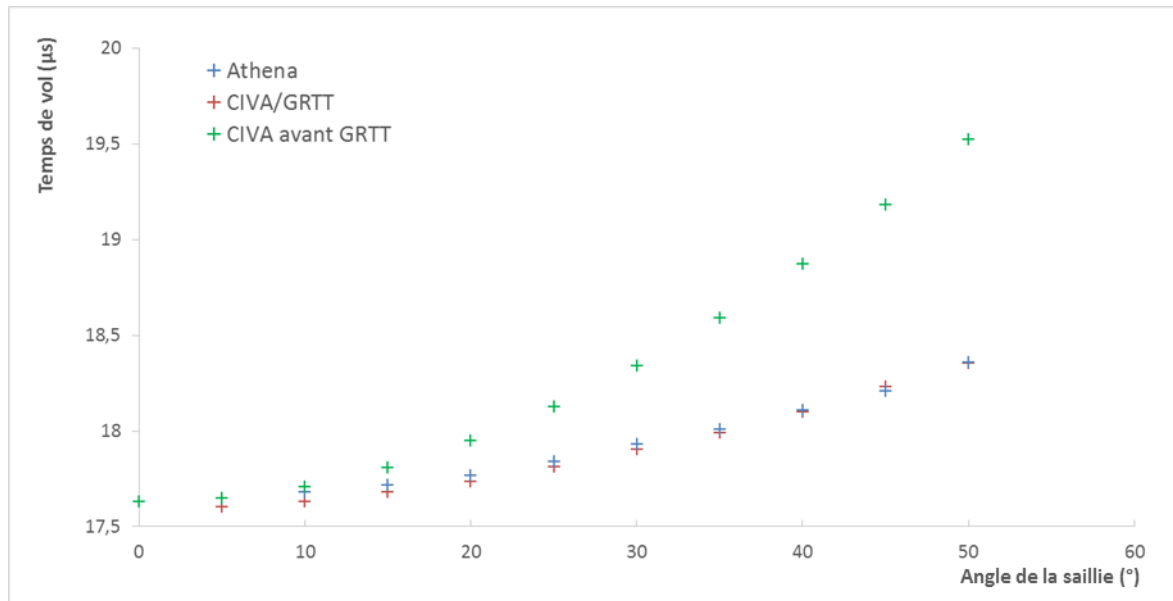


Figure 4.9 : Résultats de validation sur le temps de vol de l'onde de tête pour des irrégularités de type saillie. Représentation des temps de vol (en  $\mu s$ ) en fonction de l'angle  $\theta$  de la saillie simulés par CIVA/Athena (en bleu) et par CIVA/GRTT (en rouge) ; temps de vol calculés analytiquement dans l'hypothèse d'une propagation uniquement surfacique (notés « CIVA avant GRTT » en vert).

Les courbes rouges et bleues de la *Figure 4.9* représentent respectivement les temps de vol de l'onde de tête simulés sous CIVA/GRTT et sous CIVA/Athena. À titre de comparaison, la courbe verte représente le temps de vol de l'onde de tête calculé analytiquement si celle-ci se propageait uniquement le long de la surface de la pièce inspectée (hypothèse identique à celle effectuée sur la *Figure 2.18* du chapitre 2).

Ces résultats montrent une excellente concordance entre les temps obtenus sous CIVA/GRTT et sous CIVA/Athena, avec une erreur relative entre les deux types de simulation inférieure à 0,4%. On note par ailleurs que les temps obtenus sous CIVA/GRTT et CIVA/Athena ne correspondent pas à une propagation uniquement surfacique (courbe verte) : les temps en surface sont systématiquement plus grands que les temps obtenus sur les simulations CIVA/Athena, la différence augmentant avec l'angle. La propagation de l'onde de tête dans le cas d'une saillie n'est donc pas uniquement surfacique, et est correctement modélisée par CIVA/GRTT.

#### 4.2.2. Cas d'un demi-cylindre

La seconde configuration de validation est une pièce possédant une irrégularité de surface de type demi-cylindre. Cette irrégularité constitue l'une des deux principales irrégularités (avec l'affouillement) sur laquelle porte notre étude. La configuration est décrite en *Figure 4.10* :

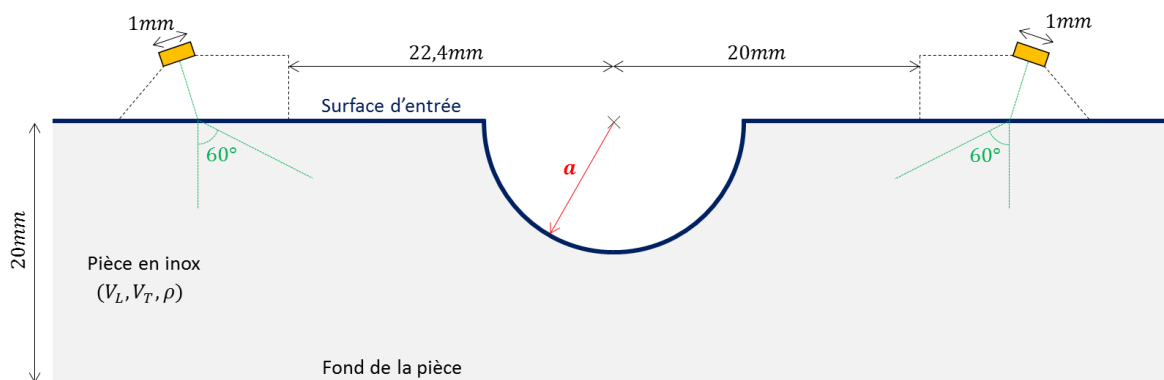


Figure 4.10 : Configuration d'inspection de la pièce utilisée pour la validation de la propagation d'ondes de tête sur des irrégularités cylindriques. Le paramètre géométrique variant est le rayon  $a$  du demi-cylindre (en rouge).

Les capteurs TOFD sont de nouveau placés de manière légèrement asymétrique de part et d'autre du demi-cylindre. Une série d'inspections TOFD est effectuée en faisant varier le rayon  $a$  du demi-cylindre (représentée en rouge sur la Figure 4.10) entre 0mm et 15mm sous CIVA/GRTT et sous CIVA/Athena.

Les temps de vols du signal de l'onde de tête calculés pour cette série de simulations sont donnés sur la Figure 4.11, en fonction du nombre d'onde adimensionné  $k_L a$  (avec  $k_L$  le nombre d'onde de l'onde longitudinale dans la pièce), toujours calculé à la fréquence centrale 5MHz du signal émis :

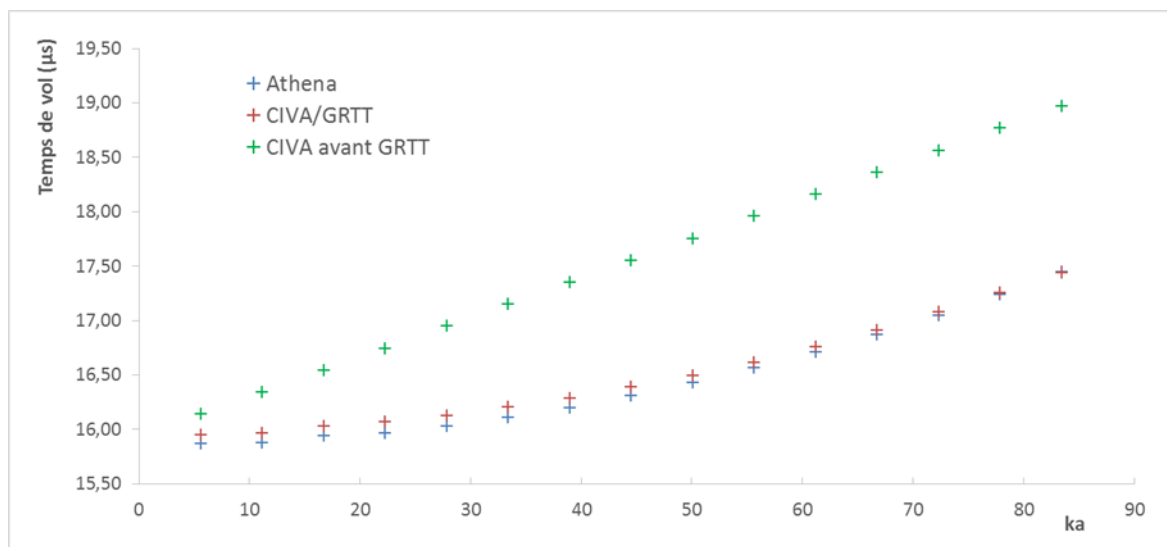


Figure 4.11 : Résultats de validation sur le temps de vol de l'onde de tête pour des irrégularités cylindriques. Représentation des temps de vol (en  $\mu s$ ) en fonction du paramètre adimensionné simulés par CIVA/Athena (en bleu) et par CIVA/GRTT (en rouge) ; temps de vol calculés analytiquement dans l'hypothèse d'une propagation uniquement surfacique (notés « CIVA avant GRTT » en vert).

La Figure 4.11 utilise les mêmes conventions de couleurs que la Figure 4.9, et les résultats sont en tous points similaires. L'erreur relative entre les temps de vol calculés

par CIVA/GRTT et par CIVA/Athena est très faible, et reste inférieure à 0.6% . On retrouve aussi une divergence importante entre le temps de vol de l'onde de tête et celui que donne l'hypothèse d'une propagation surfacique ; cet écart croît à mesure que le rayon du demi-cylindre augmente.

#### 4.2.3. Cas d'un affouillement

La troisième configuration de validation est une pièce possédant un affouillement. Cet affouillement possède des parties courbes dont le rayon  $a$  est fixé à 10mm, soit  $k_L a = 56$ . La configuration est décrite en *Figure 4.12* :

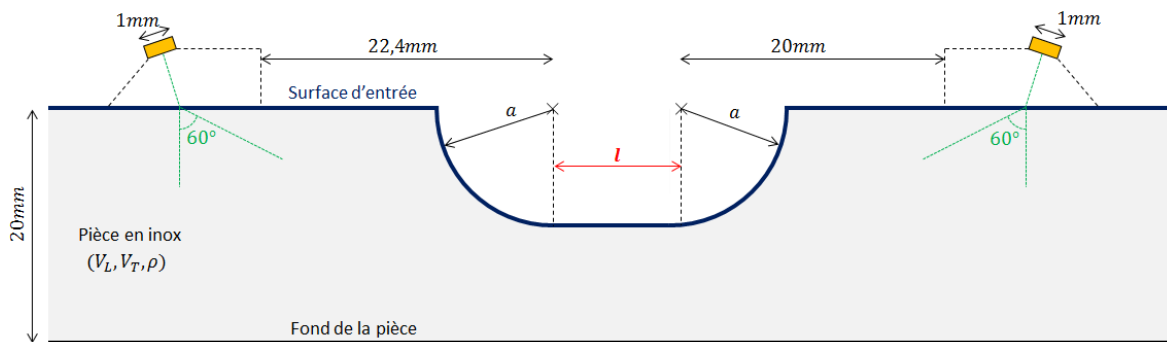


Figure 4.12 : Configuration d'inspection de la pièce utilisée pour la validation de la propagation d'ondes de tête sur des affouillements. Le paramètre géométrique variant est la longueur  $l$  de la partie plane (en rouge).

Les capteurs TOFD sont encore placés de manière légèrement asymétrique de part et d'autre de l'affouillement. Une série d'inspections TOFD est effectuée en faisant varier la longueur  $l$  de la partie plane de l'affouillement (représentée en rouge sur la *Figure 4.12*) entre 0mm et 35mm sous CIVA/GRTT et sous CIVA/Athena.

Les temps calculés du signal de l'onde de tête pour cette série de simulations sont donnés sur la *Figure 4.13*, en fonction de la longueur  $l$  de la partie plane :

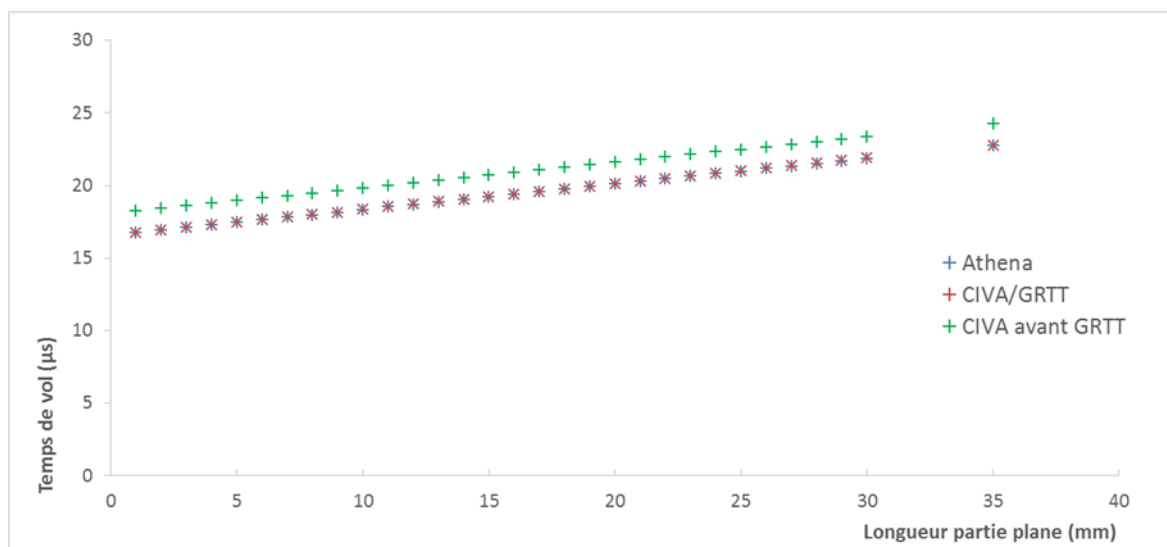


Figure 4.13 : Résultats de validation sur le temps de vol de l'onde de tête pour des affouillements. Représentation du temps de vol de l'onde (en  $\mu s$ ) en fonction de la longueur  $l$  de la partie plane simulés par CIVA/Athena (en bleu) et par CIVA/GRTT (en rouge) ; temps de vol calculés analytiquement dans l'hypothèse d'une propagation uniquement surfacique (noté « CIVA avant GRTT » en vert).

La Figure 4.13 utilise les mêmes conventions de couleurs que la Figure 4.9. Comme dans le cas des deux précédentes validations, le calcul du temps de vol de l'onde de tête par CIVA/GRTT est très précis, avec une erreur relative de moins de 0.1% par rapport aux résultats obtenus sous CIVA/Athena. Dans cette configuration d'affouillement, on constate de nouveau que l'hypothèse de propagation uniquement surfacique de l'onde de tête (courbe verte) ne permet pas d'obtenir le bon temps de vol de l'onde de tête, contrairement à l'algorithme GRTT. On peut noter que l'écart observé reste constant avec  $l$ . En effet, seule la longueur de la partie plane de l'affouillement varie au cours de cette validation (Figure 4.12) : la longueur de la surface d'entrée de la pièce est donc une fonction affine de  $l$ , et l'amplitude de la courbe verte (propagation uniquement surfacique) varie linéairement avec  $l$ . De même, les amplitudes des courbes bleue et rouge sont donc des fonctions affines de  $l$ . En effet, seule la partie rasante du trajet de l'onde de tête varie, alors que les parties rampantes et volumiques restent inchangées puisque la courbure des parties courbes de l'affouillement reste constante, ainsi que l'espacement des capteurs par rapport à ces parties courbes.

#### 4.2.4. Cas d'une surface irrégulière quelconque

La dernière configuration de validation est une pièce disposant de plusieurs irrégularités de surface de formes quelconques (Figure 4.14a). La simulation d'une inspection TOFD est effectuée sur cette pièce sous CIVA/GRTT et sous CIVA/Athena. Le A-scan obtenu en réception par CIVA/Athena est donné en Figure 4.14b, et le trajet rayon de l'onde de tête est indiqué sur la Figure 4.14c.

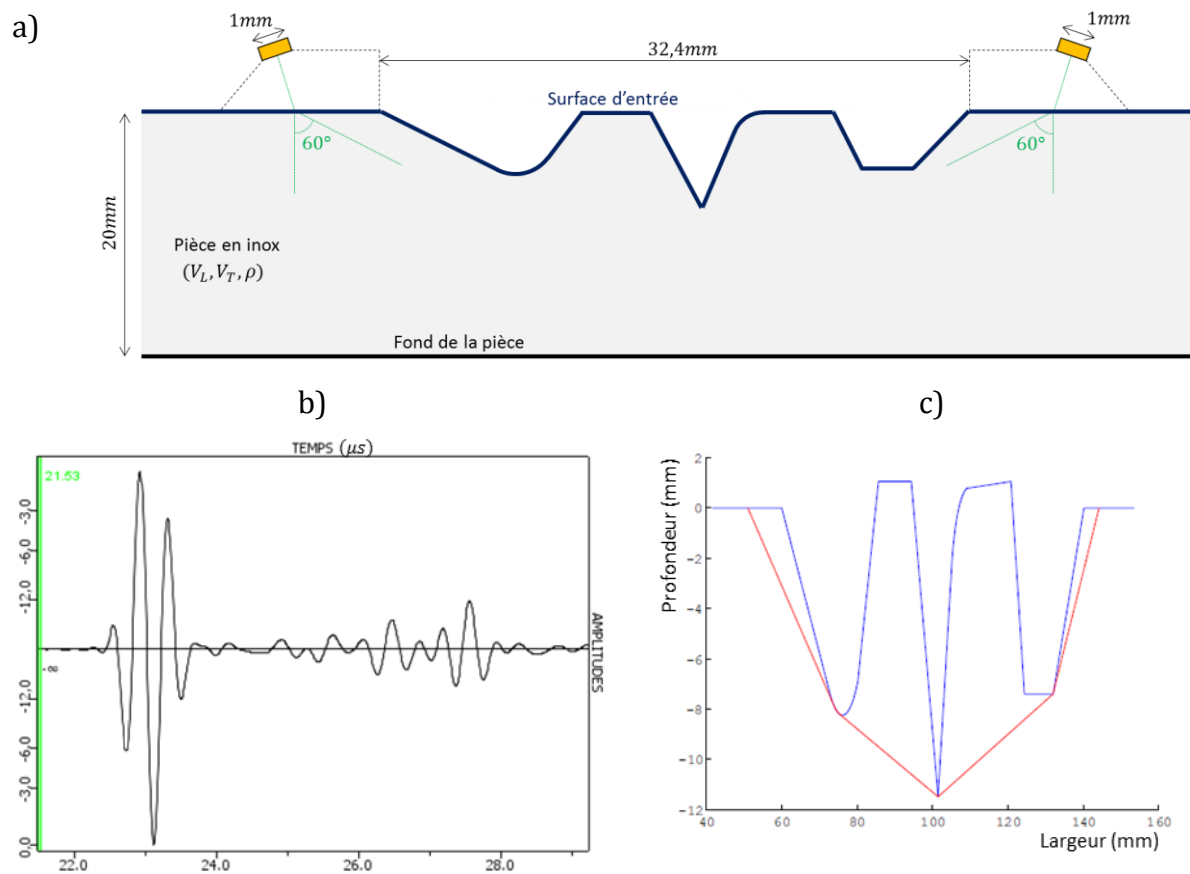


Figure 4.14 : Exemple de validation sur une pièce de surface irrégulière quelconque

a) Configuration d'inspection de la pièce.

b) A-scan de l'inspection TOFD simulée sous CIVA/Athena.

c) Représentation de la surface irrégulière quelconque (en bleu) et du trajet calculé par l'algorithme GRTT (en rouge).

L'A-scan simulé par CIVA/Athena sur la *Figure 4.14b* montre le premier signal reçu qui est celui de l'onde de tête : le temps de vol relevé au maximum d'enveloppe de ce signal est de  $23,05\mu s$ . Sur la *Figure 4.14c*, la surface d'entrée quelconque de la pièce est représentée en bleu, et le trajet de l'onde de tête obtenu par l'algorithme GRTT est indiqué en rouge. Ce trajet montre que l'onde de tête prend le chemin le plus court, et se diffracte sur les 3 irrégularités présentes à la surface de la pièce. Le temps de vol obtenu pour le signal simulé sous CIVA/GRTT est de  $23,01\mu s$  : ce temps est donc en très bonne concordance avec le temps de vol issu de la simulation numérique CIVA/Athena, alors que le temps de vol associé à une propagation purement surfacique aurait été beaucoup plus important.

#### 4.2.5. Conclusion sur la validation du temps de vol

A l'issue de cette série de validations, on peut donc conclure que les temps de vol de l'onde de tête calculés par CIVA/GRTT sont en excellent accord avec les résultats issus de

simulations numériques, et ce quelle que soit la nature des irrégularités composant la surface d'entrée de la pièce inspectée en TOFD.

Le calcul du trajet de l'onde de tête, ainsi que de son temps de vol sous CIVA/GRTT, est alors possible pour des interfaces irrégulières et donne un temps de vol réaliste pour l'onde de tête, ce qui améliore grandement la simulation du contrôle TOFD.

Nous allons maintenant nous intéresser à la simulation de l'amplitude de l'onde de tête par les modèles rayon qui ont été intégrés dans CIVA/GRTT.

### 4.3. VALIDATIONS THÉORIQUES DES MODÈLES D'AMPLITUDE DE L'ONDE DE TÊTE

La validation de l'amplitude de l'onde de tête se fait d'une manière similaire à celle de la partie 4.2, par la comparaison des signaux de l'onde de tête reçus dans le cas de simulations par CIVA/GRTT et par CIVA/Athena, les résultats obtenus sous CIVA/Athena étant pris comme référence. Deux types d'irrégularités sont traités dans la thèse et sont étudiés ci-après : le demi-cylindre et l'affouillement.

La pièce et les sabots, ainsi que le signal émis restent les mêmes que dans la partie 4.2. Cependant, des capteurs de deux tailles différentes sont utilisés : des capteurs étendus, de longueur  $6\text{mm}$ , et de petits capteurs de longueur  $1\text{mm}$  identiques à ceux utilisés pour la validation des temps de vol de la partie 4.2. La simulation des inspections TOFD sous CIVA/GRTT est effectuée par la méthode mono-rayon et multi-rayons pour les petits capteurs, et par la méthode multi-rayons dans le cas de capteurs étendus.

La section 4.3.2 sera consacrée aux petits capteurs, et la section 4.3.3 se focalisera sur les capteurs étendus. Par ailleurs, les temps de calcul des simulations CIVA/GRTT et CIVA/Athena restent les mêmes que ceux donnés dans la partie 4.2.

#### 4.3.1. Étalonnage

La méthode de calcul des signaux obtenus sous CIVA et sous CIVA/Athena diffère fortement, puisque CIVA utilise une modélisation semi-analytique de rayons, alors que CIVA/Athena utilise une approche hybride basée sur la méthode des pinceaux et la méthode des éléments finis. Afin de garantir une comparaison précise de l'amplitude du signal de l'onde de tête entre ces deux types de simulations, un protocole d'étalonnage a été mis en place.

Une inspection TOFD est simulée sous CIVA et sous CIVA/Athena pour obtenir un signal d'étalonnage dans le cas de petits capteurs, puis dans le cas de capteurs étendus. Ce signal d'étalonnage servira de normalisation [69] de toutes les amplitudes d'onde de tête présentées dans la suite de cette partie. L'inspection TOFD d'étalonnage, dans le cas de petits capteurs, est présentée en *Figure 4.15a*, et le A-scan obtenu à l'issue de la simulation de cette inspection est reproduit sur la *Figure 4.15b*.

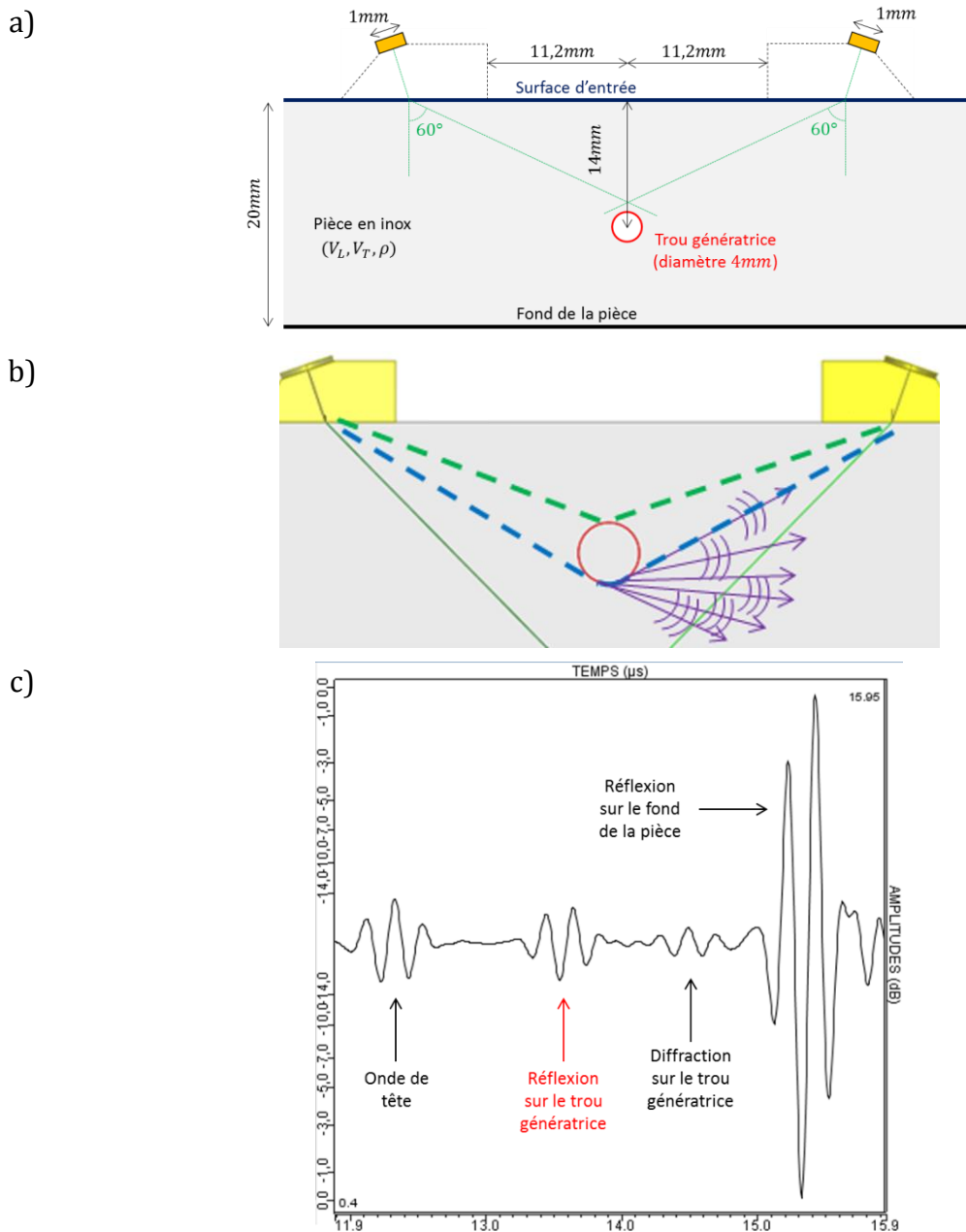


Figure 4.15 : Configuration d'étalonnage pour la comparaison des amplitudes des signaux calculés sous CIVA et sous CIVA/Athena

- a) Configuration de la pièce étalon.
- b) Représentation du trajet des ondes émises sur un défaut de type « trou génératrice » dans la pièce étalon.
- c) A-scan simulés de l'inspection TOFD sur la pièce étalon sous CIVA pour le cas de petits capteurs.

L'inspection TOFD d'étalonnage décrite sur la *Figure 4.15a* est une pièce en acier inoxydable dont la surface d'entrée est plane. Un défaut de type « trou génératrice », c'est-à-dire un cylindre vide, de diamètre 4mm est placé à 14mm de profondeur à l'aplomb entre les deux capteurs TOFD. Le schéma de la *Figure 4.15b* montre que deux ondes sont émises depuis ce défaut en direction du capteur récepteur : la première onde, représentée par le trajet vert dans la *Figure 4.15b*, est l'onde réfléchiée sur le cylindre, la seconde,

représentée par le trajet bleu, est l'onde issue de la diffraction sur le cylindre (flèches violettes sur la *Figure 4.15b*). Le trajet de cette diffraction prend la forme d'un rayon rampant similaire à ceux étudiés au cours du chapitre 3.

En conséquence, quatre ondes sont reçues par le capteur TOFD, comme le montre l'A-scan de la *Figure 4.15c* : le première onde est l'onde de tête se propageant sur la surface d'entrée de la pièce, suivie de l'onde issue de la réflexion sur le défaut, puis de l'onde diffractée sur ce même défaut, et enfin de l'onde réfléchie sur le fond de la pièce. Le signal d'étalonnage choisi est celui issu de la réflexion sur le défaut (*Figure 4.15b*). Ce signal est choisi en raison de la grande stabilité et de la précision du modèle SOV utilisé sous CIVA pour simuler le signal de réflexion sur un défaut de type « trou génératrice » [75].

L'étalonnage des inspections TOFD étant effectué, nous allons maintenant commencer la validation de la modélisation de l'amplitude de l'onde de tête dans le cas d'inspection TOFD utilisant des petits capteurs (1mm).

#### 4.3.2. Cas de petits capteurs (1mm)

La première configuration de validation est la même que celle de la section 4.2.2, et est décrite sur la *Figure 4.10* : les pièces inspectées disposent d'une irrégularité cylindrique de rayon  $a$  sur sa surface d'entrée. Comme précédemment, la simulation de l'inspection TOFD sous CIVA/GRTT et CIVA/Athena s'effectue pour des valeurs de  $a$  variant entre 0mm et 15mm, pour un signal émis de fréquence centrale 5MHz.

Les résultats de cette validation sont donnés sur la *Figure 4.16*, en fonction du paramètre adimensionné  $k_L a$  :

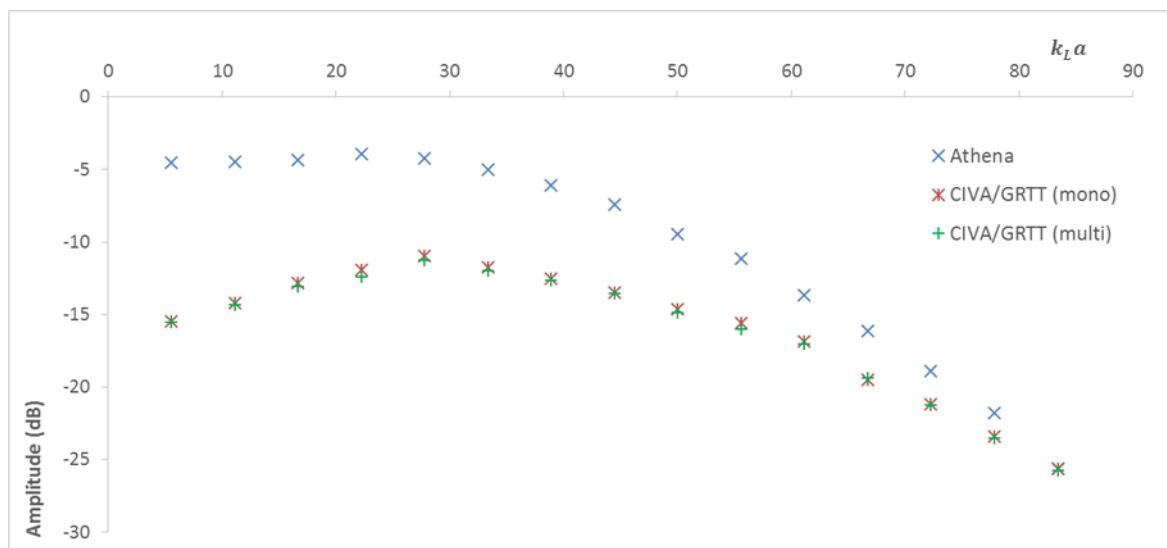


Figure 4.16 : Résultats de validation sur l'amplitude de l'onde de tête pour des irrégularités cylindriques dans le cas de petits capteurs de longueur 1mm et de fréquence centrale 5MHz. Représentation de l'amplitude de l'onde (en dB) en fonction du paramètre adimensionné  $k_L a$ . Amplitudes calculées par CIVA/GRTT selon la méthode multi-rayons (en vert), selon la méthode mono-rayon (en rouge), et par CIVA/Athena (en bleu).



La *Figure 4.16* montre tout d'abord que la différence d'amplitude du signal de l'onde de tête calculé sous CIVA/GRTT, en utilisant la méthode mono-rayon ou multi-rayons, et pour la gamme de  $k_L a$  testée (de 0 à 83), est très faible (inférieure à 0,4dB). Dans le cas de petits capteurs et pour les configurations du type de la *Figure 4.16*, la méthode mono-rayon permet donc d'obtenir les mêmes résultats que la méthode multi-rayons avec l'avantage d'être beaucoup plus rapide. Cette adéquation des résultats peut s'expliquer par le fait que la variation maximale du temps de vol de deux trajets calculés depuis les deux extrémités de ces capteurs est au minimum 6 fois plus faible que la période relative à la fréquence centrale du signal émis. Ce critère est visiblement suffisant pour obtenir une sommation quasiment en phase des contributions sur la surface des deux capteurs. Ce critère dépendant de la distance totale de propagation, la similitude des résultats entre les méthodes mono-rayon et multi-rayons n'est pas forcément assurée sur d'autres configurations utilisant des petits capteurs, pour lesquelles l'hypothèse de champ lointain ne serait pas vérifiée.

D'autre part, la *Figure 4.16* indique que l'erreur obtenue sur le calcul de l'amplitude de l'onde de tête sous CIVA/GRTT diminue, lorsque le rayon  $a$  de l'irrégularité augmente, par rapport aux résultats des simulations effectuées sous CIVA/Athena (en bleu). On remarque en effet que pour des valeurs de  $k_L a$  inférieures à 45 ( $a = 8mm$  à  $5MHz$ ), cette erreur est supérieure ou égale à 6dB. L'erreur minimale observée entre  $k_L a = 0$  et  $k_L a = 83$  ( $a = 15mm$  à  $5MHz$ ) est de 0,02dB et est obtenue pour la plus grande valeur de  $k_L a$ . Les simulations n'ont pas été menées au-delà de  $a = 15mm$ , car l'amplitude de l'onde de tête devient alors trop faible pour être mesurée avec précision.

Cette première validation montre donc que dans le cas d'irrégularités de faible rayon de courbure, la seule modélisation du rayon rampant n'est pas suffisante pour rendre compte de tous les phénomènes responsables du signal de l'onde de tête reçue sur le capteur récepteur. En effet, les résultats de ce modèle tendent, lorsque le rayon de l'irrégularité diminue, vers une amplitude nulle, puisque l'équation (3.18) du modèle SOV s'annule lorsque  $a = 0$ . Or dans le cas  $a = 0$ , qui correspond donc à une surface d'entrée plane sans irrégularités, l'amplitude de l'onde de tête n'est en réalité pas nulle : l'onde de tête issue d'une réfraction critique se propage le long de la surface plane, et le modèle rayon développé par Cervený [3] permet de la calculer. On peut donc supposer que dans le cas de petites irrégularités, le modèle de l'onde de tête sur interface plane sera plus adapté. On notera d'ailleurs que pour  $k_L a < 25$  ( $a = 4,5mm$  à  $5MHz$ ), l'amplitude mesurée sous CIVA/Athena reste relativement constante et proche de l'amplitude de l'onde de tête sur une interface plane, qui est de -4,5dB dans les conditions de la *Figure 4.10*.

Pour les plus grands rayons ( $k_L a > 45$ ), le modèle de diffraction sur une irrégularité cylindrique, implémenté dans CIVA/GRTT, est tout à fait pertinent pour modéliser l'amplitude de l'onde de tête, avec une erreur inférieure à -6dB.

La seconde validation concerne une inspection TOFD sur des pièces comportant un affouillement en surface : la configuration d'inspection est identique à celle de la *Figure 4.12*. De la même façon que dans la section 4.2.3, les simulations sont effectuées sur un affouillement dont les parties courbes ont un rayon de courbure  $a = 10mm$  ( $k_L a = 56$  à  $5MHz$ ), pour des longueurs de parties planes  $l$  variant de 0mm à 15mm.

Les résultats de cette validation sont donnés sur la *Figure 4.17* :

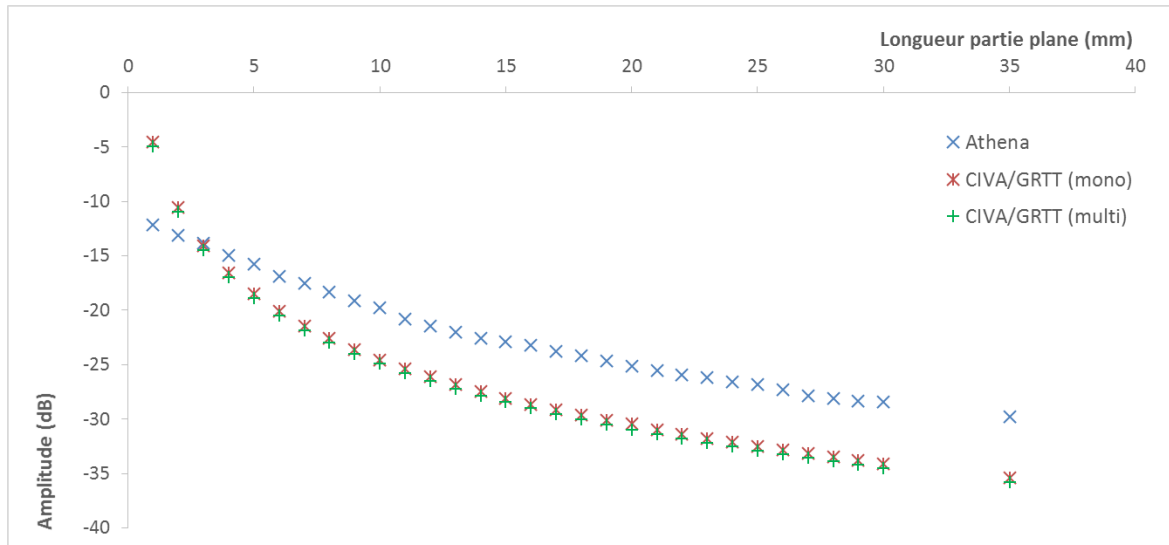


Figure 4.17 : Résultats de validation sur l'amplitude de l'onde de tête pour des affouillements (avec  $a = 10mm$ ) dans le cas de petits capteurs de longueur  $1mm$  et de fréquence centrale  $5MHz$ . Amplitudes calculées par CIVA/GRTT selon la méthode multi-rayons (en vert), selon la méthode mono-rayon (en rouge), et par CIVA/Athena (en bleu).

À l'instar de la *Figure 4.16*, la *Figure 4.17* révèle que la simulation de l'onde de tête sous CIVA/GRTT en utilisant la méthode multi-rayons (courbe verte) et la méthode mono-rayon (courbe rouge) donne des résultats proches (différence inférieure à  $0,4dB$ ) pour toute longueur  $l$  de la partie plane. Pour ce type de configuration d'affouillement, la méthode mono-rayon présente donc de nouveau une alternative de calcul plus légère afin de fournir un résultat approché de la méthode multi-rayon, pour des capteurs de longueur  $1mm$  dans les configurations testées.

Par ailleurs, la *Figure 4.17* montre que l'amplitude de l'onde de tête calculée par le modèle implémenté dans CIVA/GRTT s'écarte pour  $l < 10mm$  des résultats de CIVA/Athena (en bleu) : cette conclusion est logique dans la mesure où la modélisation de la propagation de l'onde de tête le long d'un affouillement fait appel au modèle du rayon rasant. Ce dernier est un modèle rayon, qui n'est donc valide qu'en champ lointain, c'est-à-dire pour  $k_l l \gg 1$ .

En revanche, pour  $l > 10mm$ , l'amplitude de l'onde de tête calculée par CIVA/GRTT se stabilise à une erreur de l'ordre de  $-5,3dB$  par rapport aux résultats donnés par CIVA/Athena. Si on compare les résultats obtenus sur la *Figure 4.16* pour une irrégularité cylindrique de rayon  $a = 10mm$ , et les résultats de la *Figure 4.17* pour un affouillement dont les parties courbes ont aussi un rayon  $a = 10mm$ , on constate que l'erreur obtenue dans le cas d'une irrégularité cylindrique ( $-4,4dB$ ) et dans le cas de l'affouillement ( $-5,3dB$ ) sont très proches. Ceci laisse supposer que l'erreur obtenue dans le cas de la diffraction de l'onde de tête sur l'affouillement n'est pas due à la modélisation du rayon rasant le long de la partie plane de l'affouillement, et reste donc indépendante de sa longueur  $l$ .

Après avoir étudié la validité des modèles de propagation de l'onde de tête sur des irrégularités cylindriques et sur des affouillements dans le cas de petits capteurs TOFD, nous allons maintenant nous intéresser au cas de capteurs TOFD étendus.

### 4.3.3. Cas de capteurs étendus

Au cours de cette section, nous effectuons les mêmes séries de simulations TOFD sous CIVA/GRTT et CIVA/Athena que dans la section 4.3.2 (cas de l'irrégularité cylindrique, *Figure 4.10*, et cas de l'affouillement *Figure 4.12*) en faisant varier les paramètres géométriques de manière identique (soit une variation du rayon  $a$  de l'irrégularité cylindrique de  $0\text{mm}$  à  $15\text{mm}$ , et une variation de la longueur  $l$  de la partie plane de l'affouillement de  $0\text{mm}$  à  $35\text{mm}$ ). Les capteurs utilisés étant étendus (longueur  $6\text{mm}$ ), seule la méthode multi-rayon est utilisée.

La première série de validations, concernant des irrégularités de type cylindrique, est présentée sur la *Figure 4.18*.

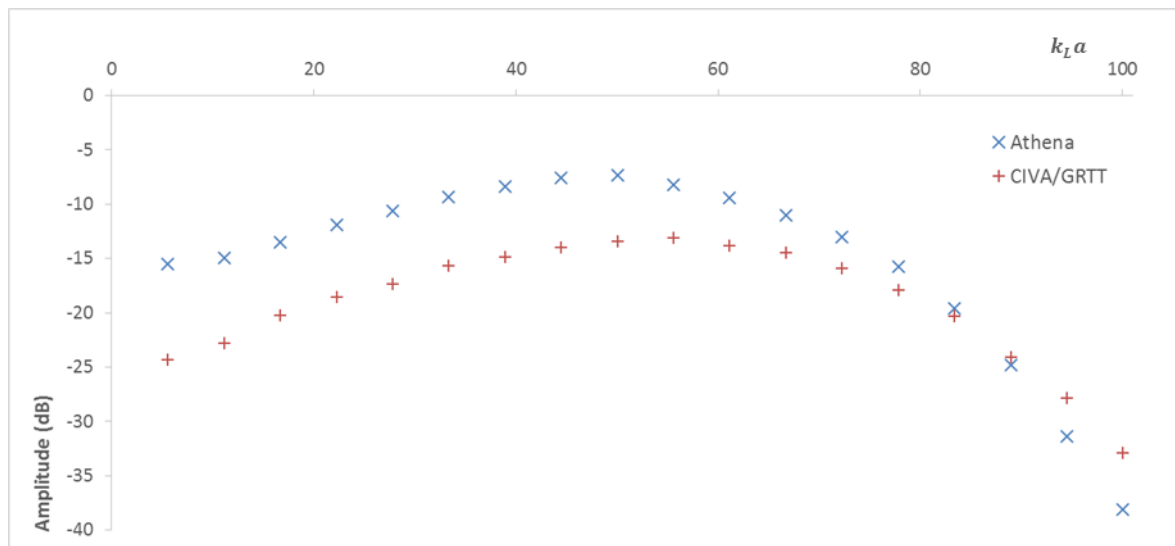


Figure 4.18 : Résultats de validation sur l'amplitude de l'onde de tête, pour des irrégularités cylindriques dans le cas de capteur étendus de longueur  $6\text{mm}$  et de fréquence centrale  $5\text{MHz}$ . Représentation de l'amplitude de l'onde (en  $\text{dB}$ ) en fonction du paramètre adimensionné  $k_L a$ . Amplitudes calculées par CIVA/GRTT (en rouge) et par CIVA/Athena (en bleu).

La courbe rouge de la *Figure 4.18* correspond à l'amplitude de l'onde de tête reçue sous CIVA/GRTT, et la courbe bleue aux résultats sous CIVA/Athena. L'erreur obtenue sur la *Figure 4.18* sur l'amplitude de l'onde de tête est supérieure à  $6\text{dB}$  pour  $k_L a < 50$ , et inférieure à  $6\text{dB}$  pour  $k_L a > 50$ . De même que pour la *Figure 4.16*, le modèle de propagation de l'onde de tête sur surfaces planes de Cerveny [3] semble plus adapté dans le cas de très petites irrégularités ( $ka < 17$ ) : l'amplitude de l'onde de tête calculée sous CIVA/Athena tend ainsi, pour  $a \rightarrow 0\text{mm}$ , vers celle du modèle de Cerveny, soit  $-15,5\text{dB}$ . Par ailleurs, la différence d'amplitude entre CIVA/GRTT et CIVA/Athena diminue lorsque

$k_L a$  augmente, pour atteindre un minimum de  $-0,8dB$  à  $k_L a = 83$ . Au-delà de  $k_L a = 83$ , l'amplitude de l'onde de tête calculée par CIVA/GRTT est légèrement surévaluée. En effet, la taille des irrégularités pour  $a > 15mm$  ne garantit plus l'hypothèse de champ lointain nécessaire à la validité des modèles rayon utilisés pour cette simulation, car la distance entre l'irrégularité (points d'attachement des rampants) et les capteurs diminue quand la largeur de l'irrégularité augmente. Enfin, la modélisation sur des capteurs étendus ne modifie pas la précision du calcul de l'amplitude de l'onde de tête par rapport au cas de petits capteurs (*Figure 4.16*).

En conclusion de cette première série de validation sur des irrégularités cylindriques, on peut donc définir une gamme de validité sur le paramètre  $k_L a$  pour laquelle la modélisation du champ de l'onde de tête, intégrée dans CIVA/GRTT au cours de ce chapitre, présente une erreur absolue inférieure à  $4dB$  par rapport aux résultats de simulations sous CIVA/Athena : pour les configurations étudiées de la *Figure 4.18* cette gamme de validité s'étend de  $k_L a = 63$  à  $k_L a = 100$ .

La seconde série de validations se focalise sur la simulation de la propagation de l'onde de tête sur des affouillements. Trois cas ont donc été testés :

- Un cas où la courbure des parties courbes de l'affouillement se situe en dehors du domaine de validité défini ci-dessus : le rayon des parties courbes est  $a = 10mm$  soit  $k_L a = 56$  à  $5MHz$  avec une erreur observée pour des irrégularités de type cylindrique de  $4,9dB$ .
- Deux cas où la courbure des parties courbe de l'affouillement est plus grande et se situe dans ce domaine de validité : les rayons choisis sont  $a = 12mm$  ( $k_L a = 67$  à  $5MHz$ ) puis  $a = 15mm$  ( $k_L a = 83$  à  $5MHz$ ), pour lesquels l'erreur constatée sur des irrégularités cylindriques est respectivement de  $3,5dB$  et  $-0,8dB$ .

L'objectif de cette série de simulations est d'évaluer la validité du modèle complet pour des affouillements mais aussi plus particulièrement celle de la modélisation du rayon rasant. Les résultats des validations pour  $a = 10mm$  sont donnés sur la *Figure 4.19* :

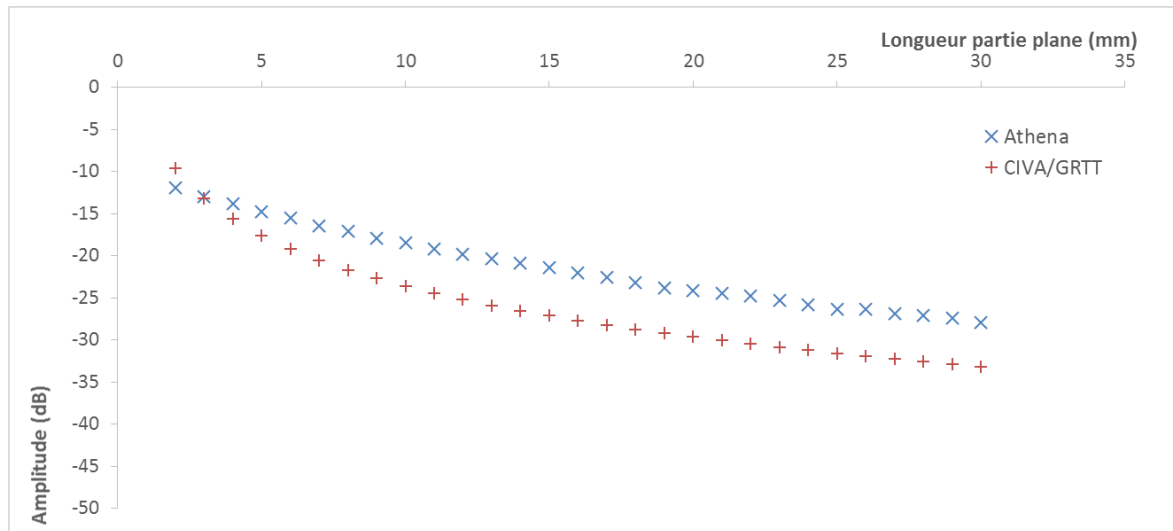


Figure 4.19 : Résultats de validation sur l'amplitude de l'onde de tête pour des affouillements (avec  $a = 10\text{mm}$ ), dans le cas de capteurs étendus de longueur 6 mm et de fréquence centrale 5 MHz. Représentation de l'amplitude de l'onde (en dB) en fonction de la longueur  $l$  de la partie plane. Amplitudes calculées par CIVA/GRTT (en rouge) et par CIVA/Athena (en bleu).

Le code couleur utilisé sur la Figure 4.19 est le même que sur la Figure 4.18. L'allure de la courbe des amplitudes simulées sous CIVA/GRTT (courbe rouge), par rapport aux résultats issus de la simulation CIVA/Athena (courbe bleue), est en tout point similaire aux résultats obtenus dans le cas de petits capteurs (Figure 4.17) : le champ de l'onde de tête reçue sur le capteur récepteur et calculé sous CIVA/GRTT montre une amplitude qui diverge pour  $l$  tendant vers 0 mm ; l'erreur par rapport au champ simulé sous CIVA/Athena se stabilise pour des valeurs assez grandes de  $l$  autour de  $-5,5\text{dB}$ , indépendamment de la longueur  $l$  de la partie plane de l'affouillement.

On peut noter par ailleurs que l'erreur obtenue pour  $l > 10\text{mm}$  est de nouveau du même ordre que l'erreur effectuée dans le cas d'une irrégularité de même rayon  $a = 10\text{mm}$  (soit  $4,9\text{dB}$  sur la Figure 4.18). De la même façon que dans le cas de la modélisation de la diffraction sur un affouillement avec des petits capteurs, l'erreur induite dans les résultats de la Figure 4.19 n'est pas due à la modélisation du rayon rasant le long de la partie plane de l'affouillement.

Afin de vérifier l'hypothèse du paragraphe précédent, la Figure 4.20 présente les validations effectués sur des affouillements dans les cas  $a = 12\text{mm}$  et  $a = 15\text{mm}$ , qui sont situés dans la gamme de validité du modèle issue de la validation sur des irrégularités cylindriques de la Figure 4.18 :

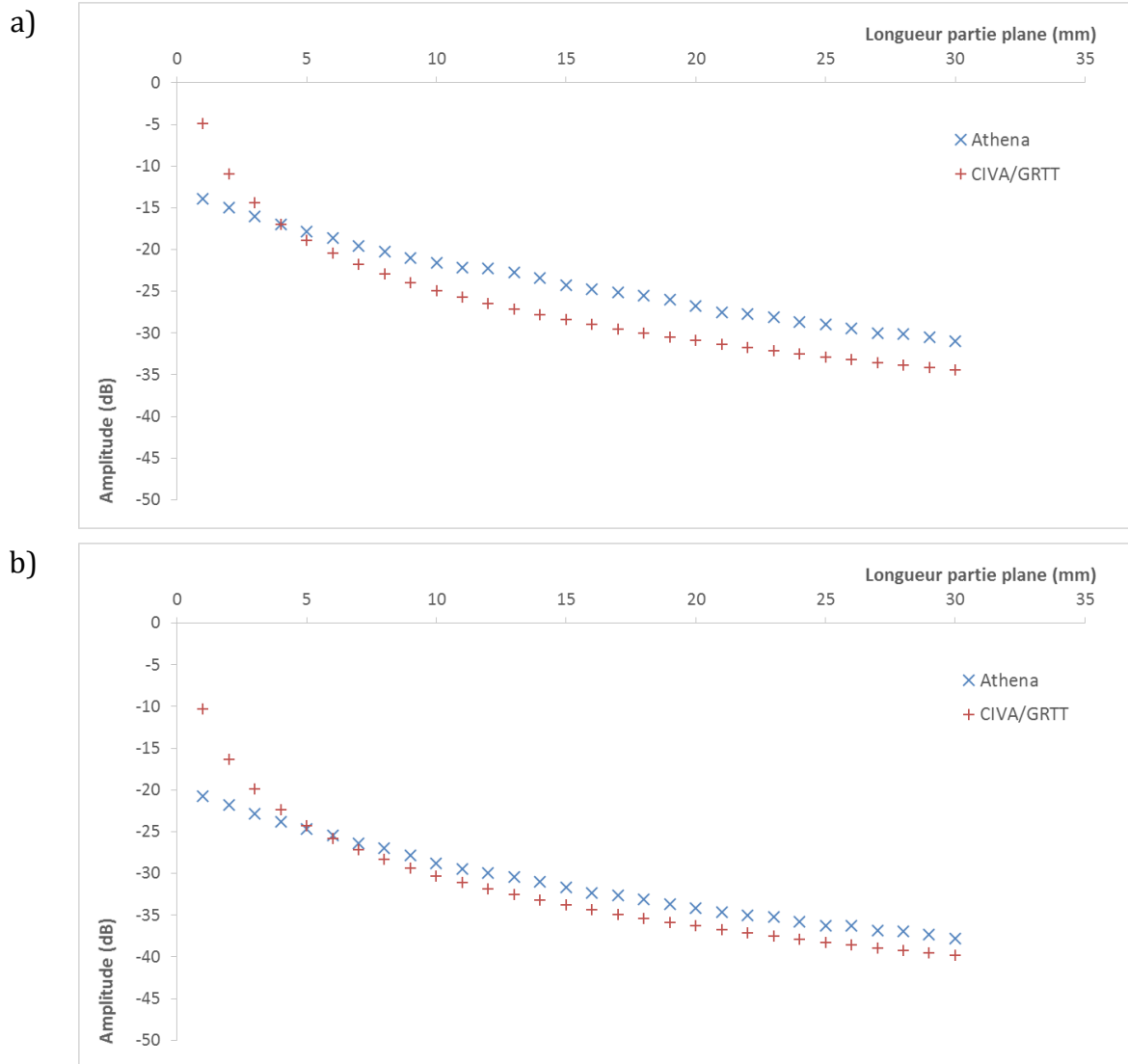


Figure 4.20 : Résultats de validation sur l'amplitude de l'onde de tête pour des affouillements, avec  $a = 12\text{ mm}$  (a) et  $a = 15\text{ mm}$  (b) dans le cas de capteurs étendus de longueur 6 mm et de fréquence centrale 5 MHz. Représentation de l'amplitude de l'onde (en dB) en fonction de la longueur  $l$  de la partie plane. Amplitudes calculées par CIVA/GRTT (en rouge) et par CIVA/Athena (en bleu).

L'amplitude de l'onde de tête obtenue sous CIVA/GRTT (courbes rouges de la Figure 4.20), dans le cas où  $l > 10\text{ mm}$ , présente une erreur par rapport à celle simulée sous CIVA/Athena de l'ordre de 3,8 dB (pour  $a = 12\text{ mm}$ ) et 2 dB (pour  $a = 15\text{ mm}$ ), c'est-à-dire très proche de celle constatée sur les validations pour des irrégularités cylindriques. Il est ainsi confirmé que l'erreur effectuée entre les simulations CIVA/GRTT et CIVA/Athena, dans le cas de pièces avec affouillement, ne vient pas du modèle du rayon rasant : les résultats sur les affouillements présentés en Figure 4.20 montrent ainsi que la simulation du champ de l'onde de tête sous CIVA/GRTT est relativement précise.

On peut aussi définir une gamme de validité sur la longueur  $l$  de la partie plane, pour laquelle l'erreur absolue constatée entre les résultats sous CIVA/GRTT et sous

CIVA/Athena est inférieure à  $4dB$  : pour des affouillements avec  $a = 12mm$  et  $a = 15mm$ , cette gamme de validité étudiée à 5MHz s'étend à tout  $l > 3mm$  (soit  $k_L l > 17$ ).

#### 4.3.4. Conclusion sur la validation

La validation de la modélisation de l'amplitude de l'onde de tête se propageant sur des irrégularités cylindriques permet de conclure sur la précision du modèle SOV en champ lointain intégré dans CIVA/GRTT, utilisé pour calculer la diffraction sous forme de rayons rampants de l'onde de tête au voisinage de cette irrégularité :

- Dans le cas d'irrégularités de faibles rayons ( $ka < 45$ ), ce modèle ne suffit pas à modéliser avec une précision satisfaisante l'amplitude de l'onde de tête : alors que le modèle SOV tend vers 0 pour  $a \rightarrow 0mm$ , le champ de l'onde de tête n'est pas nul, et peut être calculé par le modèle de propagation sur interface plane de Cerveny [3]. En présence de petites irrégularités, une interférence existe donc entre l'onde de tête surfacique sur interface plane et l'onde de tête en partie volumique.
- Dans le cas d'irrégularité de plus grands rayons ( $ka > 45$ ), ce modèle apporte une précision de calcul très satisfaisante, avec une erreur inférieure à  $6dB$ . La gamme de validité de ce modèle (erreur inférieure à  $4dB$ ) est comprise entre  $k_L a = 63$  et  $k_L a = 100$ .

Nous avons obtenu des erreurs similaires (à  $0,2dB$  près) sur les validations théoriques de l'amplitude de l'onde de tête pour des petits capteurs de longueur  $1mm$  ou pour des capteurs étendus de longueur  $6mm$ . L'intégration effectuée au cours de la partie 4.1 est donc validée.

La validation de la modélisation de l'amplitude de l'onde de tête se propageant sur des affouillements montre, quant à elle, que le modèle rasant permet de calculer avec une grande précision (erreur de l'ordre de  $1dB$ ) la propagation de l'onde de tête le long de la partie plane de l'affouillement. De fait, l'erreur totale constatée au cours de la simulation du signal de l'onde de tête, dans les inspections avec affouillement, n'est pas due à la modélisation de la propagation du champ de l'onde de tête le long des parties planes de l'affouillement. Cette erreur est ainsi du même ordre que celle constatée sur des irrégularités cylindriques de même courbure que les parties courbes de l'affouillement. Dans la gamme de validité observée pour les irrégularités cylindriques, l'erreur observée sur l'affouillement est inférieure à  $4dB$  pour une longueur de partie plane  $l > 3mm$  (soit  $k_L l > 17$ ) à 5MHz.

Après avoir effectué ces validations théoriques, nous allons maintenant confronter la simulation du signal de l'onde de tête d'une inspection TOFD sous CIVA/GRTT avec le signal obtenu au cours d'une acquisition expérimentale.

## 4.4. VALIDATION EXPÉRIMENTALE DE LA MODÉLISATION DE L'ONDE DE TÊTE

La pièce sur laquelle s'effectue l'inspection expérimentale est un bloc d'acier carbone 1200 ( $V_L = 5900m.s^{-1}$ ,  $V_T = 3230m.s^{-1}$ ,  $\rho = 7,8$ ) dont une partie de la surface d'entrée a été extrudée sous la forme d'un affouillement. La géométrie de cette pièce est invariante selon l'axe  $\vec{y}$ , et sa section dans le plan  $(\vec{x}, \vec{z})$  est décrite sur la Figure 4.21 :

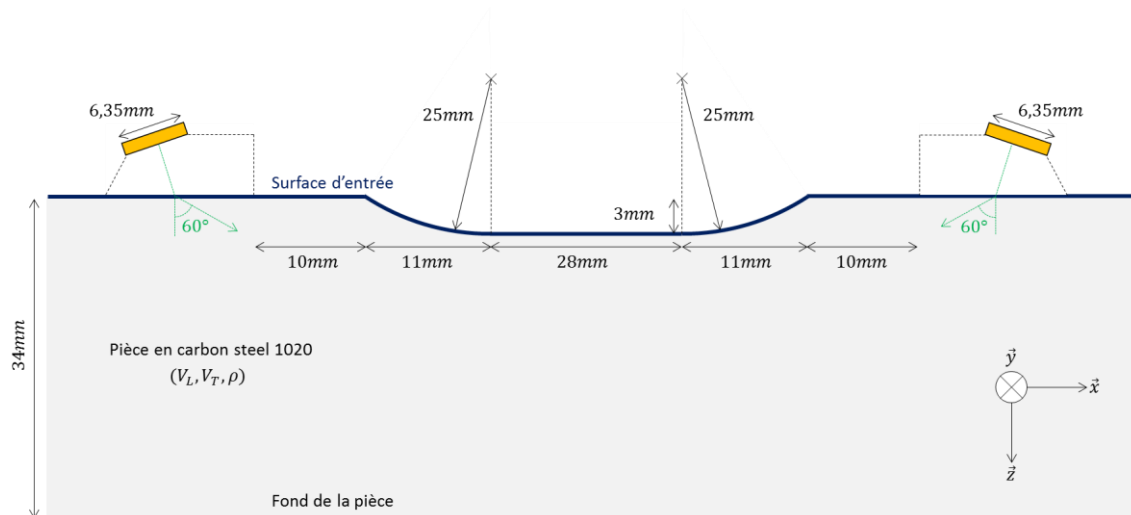


Figure 4.21 : Schéma de la coupe dans le plan  $(\vec{x}, \vec{z})$  de la pièce utilisée pour la validation expérimentale de la propagation d'ondes de tête sur un affouillement.

L'affouillement de cette pièce, comme montré en Figure 4.21, possède une longueur de partie plane de  $28mm$ , une profondeur de  $3mm$ , et des parties courbes de rayon de courbure  $15mm$ . Deux capteurs TOFD, chacun composé d'une pastille piézo-électrique circulaire de diamètre  $6,35mm$  et d'un sabot 5MHz conçu pour émettre un champ longitudinal à l'incidence  $60^\circ$  dans la pièce, sont placés de part et d'autre de l'affouillement.

Les capteurs TOFD se déplacent dans la direction  $\vec{y}$ , c'est-à-dire parallèlement à l'axe de l'affouillement. Le B-scan résultant de cette acquisition expérimentale est donné en Figure 4.22.



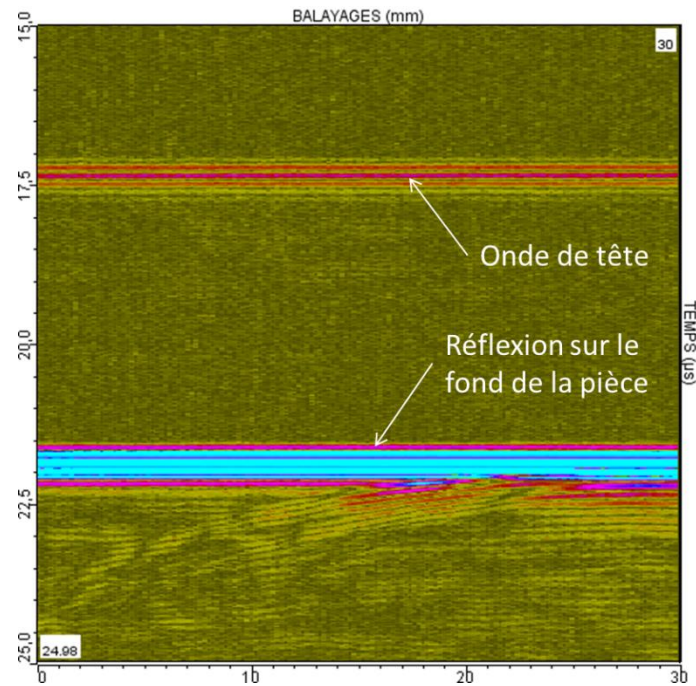


Figure 4.22 : B-scan expérimental obtenu au cours de l'inspection TOFD de la pièce d'affouillement.

Le B-scan expérimental (*Figure 4.22*) montre deux signaux dont le temps de vol reste constant au cours du déplacement des capteurs TOFD, car la pièce inspectée est invariante selon  $\bar{y}$ . Le premier signal correspond à l'onde de tête, et se situe à  $17,45\mu s$ . Le second signal est celui de l'onde réfléchi sur le fond de la pièce, et se positionne à  $21,9\mu s$ .

Les capteurs ont été étalonnés à l'aide d'une inspection TOFD sur une pièce de même configuration que celle décrite sur la *Figure 4.15a* en changeant la taille et la position du défaut de type « trou génératrice » : ce dernier est maintenant de diamètre  $1mm$ , et il est situé à  $30mm$  de profondeur à l'aplomb entre les deux capteurs TOFD. Le signal d'étalonnage choisi est encore celui issu de la réflexion sur ce défaut. Dans le cadre d'une validation expérimentale de simulations CIVA, l'étalonnage permet de s'affranchir de la modélisation de la transduction électro-acoustique des capteurs, ainsi que de l'électronique et du câblage de la chaîne d'acquisition : ces différents facteurs ne sont pas simulés par CIVA, mais présentent le même comportement lors d'une mesure quelconque et lors de l'étalonnage associé à cette mesure.

L'inspection TOFD décrite en *Figure 4.21* est ensuite simulée sous CIVA/GRTT, pour une position des capteurs TOFD. Les A-scan simulé et mesuré (ce dernier extrait du B-scan de la *Figure 4.22*) sont représentés sur la *Figure 4.23*.

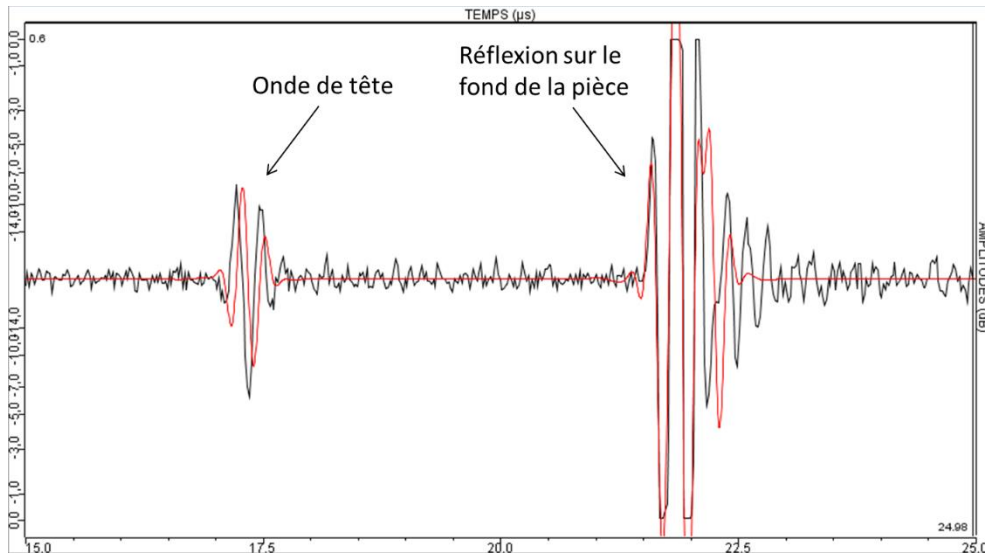


Figure 4.23 : A-scan expérimental (en noir) et A-scan simulé sous CIVA/GRTT (en rouge), issus de l'inspection TOFD sur la pièce d'affouillement.

L'A-scan en rouge de la *Figure 4.23* correspond à la simulation sous CIVA/GRTT, et l'A-scan en noir est issu de l'acquisition expérimentale. Les courbes ont été normalisées par l'amplitude du signal de référence de l'étalonnage des capteurs TOFD. L'amplitude maximale du signal de réflexion sur le fond de la pièce dépasse le seuil du système d'acquisition et est donc saturée.

L'étude de signaux de l'onde de tête de l'A-scan sur la *Figure 4.23* montre une excellente adéquation entre les résultats de l'acquisition expérimentale et la simulation sous CIVA/GRTT. Les signaux expérimental et simulé concordent ainsi :

- sur leurs formes,
- sur leurs temps de vol : l'onde de tête est reçue à  $17,35\mu s$  dans l'acquisition expérimentale et à  $17,42\mu s$  sous CIVA/GRTT,
- sur leurs amplitudes : la mesure des enveloppes de ces deux signaux montrent une différence de  $2,2dB$ .

La validation expérimentale effectuée dans cette partie confirme donc que le modèle intégré sous CIVA/GRTT est d'autant plus précis que le rayon de courbure des irrégularités est grand. Dans le cas de cette acquisition expérimentale, ce rayon est de  $a = 25mm$ , soit  $k_L a = 133$ . La validation expérimentale de la modélisation de l'onde de tête sur un affouillement réaliste est donc tout à fait concluante.

## CONCLUSION DU CHAPITRE

L'approche énoncée au chapitre 1 pour la simulation de l'onde de tête au voisinage de pièces de surfaces irrégulières a été utilisée pour intégrer l'algorithme GRTT développé dans le chapitre 2, ainsi que les modèles rayon d'amplitude du chapitre 3, dans le logiciel CIVA. Le fonctionnement du modèle de propagation de l'onde de tête s'appuie ainsi sur l'association de blocs représentant les différentes interactions avec la surface irrégulière

(réfraction à la surface d'entrée, propagation rampante sur une surface courbe, propagation rasante sur la partie plane d'un affouillement, *etc.*) que peut rencontrer l'onde au cours de sa propagation.

À chaque bloc est donc associé un modèle rayon d'amplitude qui donne une réponse impulsionnelle dans le domaine temporel. La convolution des différentes réponses impulsionnelles des blocs impliqués dans le trajet permet de calculer le signal temporel de l'onde de tête reçue sur le capteur TOFD au cours de la simulation d'une inspection TOFD. Le calcul complet de l'onde de tête a été intégré dans CIVA.

Par la suite, la validation théorique du temps de vol de l'onde de tête calculé par CIVA a été effectuée pour plusieurs types d'irrégularités, et montre une excellente concordance avec les résultats de simulations de configurations équivalentes obtenus sous CIVA/Athena (éléments finis).

D'autre part, la validation théorique de l'amplitude de l'onde de tête sur des irrégularités cylindriques montre une bonne concordance des résultats, si le rayon de l'irrégularité est suffisamment grand, et si l'irrégularité est située en champ lointain des capteurs TOFD. La validation théorique de l'amplitude de l'onde de tête sur des affouillements, quant à elle, révèle que la propagation de l'onde le long de la partie plane de l'affouillement est modélisée de manière très convaincante par le modèle du rayon rasant.

Au final, une validation expérimentale de la modélisation de l'onde de tête sous CIVA pour un cas d'affouillement réaliste s'avère très concluante.

# CONCLUSION GÉNÉRALE

Au cours d'une inspection TOFD, la première onde reçue sur le capteur récepteur est l'onde de tête. Cette onde est essentielle au diagnostic d'une pièce inspectée, car elle fournit des informations sur l'état de la surface de la pièce ainsi que sur la présence et la position de défauts. Lorsque la surface de la pièce devient irrégulière, le temps de vol, la forme d'onde et l'amplitude du signal de l'onde de tête changent par rapport au cas d'une pièce de surface plane, montrant ainsi une sensibilité de cette onde à la géométrie de la surface. En conséquence, les objectifs des travaux présentés dans ce mémoire sont l'étude des phénomènes responsables de la propagation de l'onde de tête sur surfaces complexes, le développement d'un modèle fondé sur les théories asymptotiques de rayons, et l'intégration de ce modèle dans le logiciel CIVA afin de calculer de manière précise le signal de l'onde de tête lors de la simulation d'une inspection TOFD.

Dans le premier chapitre, après avoir défini le contexte d'étude des ondes de tête sur des surfaces irrégulières, nous avons présenté les travaux existants sur ce sujet dans le domaine de la géophysique. Ces travaux ont confirmé l'existence d'une relation entre le signal de l'onde de tête reçu et la géométrie de la surface sur laquelle cette onde se propage : l'onde de tête dans le cas d'une surface non plane voit son amplitude varier par rapport au cas d'une surface plane, et son temps de vol indique que sa propagation peut être en partie volumique. Des instantanés du champ ultrasonore en inspections TOFD de pièces irrégulières, simulés numériquement par éléments finis à l'aide du logiciel CIVA/Athena, ont ensuite été analysés. Les conclusions de cette étude indiquent que la diffraction du champ volumique réfracté dans la pièce sur les irrégularités de la surface est un des mécanismes responsables de la propagation de l'onde de tête. Notre étude confirme ainsi que contrairement au cas d'une surface plane, l'onde de tête sur une surface irrégulière résulte de phénomènes qui ne sont pas seulement surfaciques, mais aussi volumiques. Nous avons ensuite présenté les bases de la Théorie Géométrique de la Diffraction (GTD) qui est une théorie asymptotique de rayons permettant de calculer de tels effets de diffraction. En utilisant les principes de la GTD, une approche de modélisation permettant de calculer le signal de l'onde de tête sur des géométries irrégulières a été élaborée. Notre approche s'appuie sur trois étapes : la première étape est le calcul du trajet rayon de l'onde de tête, la seconde étape est la détection des interactions de l'onde avec les irrégularités de surface se produisant le long du trajet déterminé, et la troisième étape est l'application de modèles asymptotiques de rayons à chaque interaction détectée pour calculer l'amplitude de l'onde de tête.

Le second chapitre a été consacré à la première étape de cette approche de modélisation. Pour cela, un algorithme générique de tracé de rayons (GRTT) permettant de calculer le trajet d'une onde dans une pièce disposant de surfaces de géométries quelconques a été développé. Cet algorithme autorise une grande latitude de calcul, puisque la géométrie des surfaces n'a pas besoin de description analytique, et que toutes les ondes pouvant se propager dans la pièce sont susceptibles d'être prises en compte : en

particulier, les rayons diffractés et les rayons rampants se propageant dans l'ombre de la surface irrégulière sont explicitement traités. Le GRTT se démarque des techniques de tracé ou de lancer de rayons existantes en géophysique car il constitue, dans le cas d'un milieu de propagation constitué de volumes homogènes (vitesse du son constante spatialement), une méthode rapide de tracé de rayons entre deux points s'appuyant sur le principe des sources secondaires. Ainsi, seules les surfaces délimitant la pièce, et non l'ensemble du milieu de propagation comme dans le cas d'autres algorithmes (par le biais de grilles), sont discrétisées en un ensemble de points sources. Chaque point source est capable de générer une onde en direction d'un autre point source, cette propagation étant représentée sous la forme d'un rayon élémentaire qui relie ces deux points. Par une technique d'optimisation du temps de vol, le trajet d'une onde est calculé par l'algorithme sous la forme de l'association de plusieurs rayons élémentaires permettant de relier le point d'émission au point de réception. Le GRTT détermine automatiquement le trajet de l'onde de première arrivée (l'onde de tête). Mais les trajets rayons de toutes les ondes tardives peuvent aussi être obtenus quelle que soit leur nature (issues d'interactions avec des interfaces mais aussi avec des défauts : ondes de volume réfléchies/transmises/diffractées par des arêtes, ondes rasantes, rampantes, de tête, ondes de surface type Rayleigh, *etc.*). Pour cela, des contraintes définies au préalable sur le trajet à déterminer permettent de sélectionner une onde tardive particulière. Le front de l'onde de tête calculé par le GRTT en inspection TOFD sur géométries irrégulières est comparé à celui issu de simulations par éléments finis : la validation est concluante et confirme d'une part la précision de l'algorithme GRTT, et d'autre par l'hypothèse de propagation à la fois volumique et surfacique de l'onde de tête sur des géométries irrégulières. En outre, le GRTT fournit un outil d'identification de la nature des fronts observés lors de simulation par éléments finis.

Le développement de modèles rayon a fait l'objet du troisième chapitre. Pour une source ponctuelle émettant une onde monochromatique, ces modèles développés en 2D calculent l'amplitude du champ de l'onde de tête en un point d'observation. Nous nous sommes intéressés au cas de la diffraction sur une irrégularité cylindrique ou sur un affouillement. La diffraction sur une irrégularité cylindrique se fait, au sens de la GTD, sous la forme d'un ensemble de rayons rampants. Afin de comprendre le comportement de ces rayons dans un cas simple, le modèle existant du rayon rampant sur un cylindre vide en milieu acoustique a été adapté au cas d'une irrégularité cylindrique prenant la forme d'un demi-cylindre. Ce modèle est issu du développement asymptotique (valide à haute fréquence et en champ lointain) de la solution exacte du problème de diffraction d'ondes par un cylindre (obtenu par la méthode de Séparation de Variables - SOV) : le modèle adapté au demi-cylindre fait apparaître la contribution majoritaire d'un rayon rampant appelé dominant, et tournant dans un seul sens autour de l'irrégularité, contrairement au cas du cylindre complet. La variation d'amplitude de l'onde de tête au voisinage d'irrégularités cylindriques a été évaluée à l'aide de ce modèle acoustique, faisant apparaître une forte perte d'amplitude au passage de l'irrégularité. Deux modèles de diffusion par un cylindre de la littérature valables en champ lointain ont ensuite été étudiés dans le cas élastodynamique: le modèle SOV en champ lointain et le modèle

asymptotique du rayon rampant. Ces deux modèles proposent une approche rayon en calculant un champ porté par le rayon rampant dans l'ombre de l'irrégularité cylindrique. Le modèle SOV en champ lointain a été retenu car il s'avère plus précis et valide pour toutes les directions d'observation. La propagation de l'onde de tête le long d'un affouillement a aussi été étudiée (cf *Figure 3.16*). À cet effet, nous avons proposé un modèle de rayon rasant émis par un rayon rampant, afin de calculer le champ de l'onde de tête se propageant le long de la partie plane d'un affouillement. La divergence géométrique de ce rayon rasant a été estimée empiriquement à l'aide de simulations par éléments finis.

Au cours du quatrième chapitre, l'algorithme GRTT calculant le trajet de l'onde de tête, ainsi que les modèles asymptotiques de rayons pour la diffraction du champ ultrasonore sur les irrégularités de la surface, ont été intégrés dans CIVA, conformément à l'approche de modélisation définie au premier chapitre. Cette intégration CIVA fournit au final une méthode de calcul du signal de l'onde de tête reçue au cours d'une inspection TOFD : elle rend possible la comparaison des résultats obtenus avec ceux d'autres modèles, et permet d'effectuer des validations expérimentales par l'intermédiaire de mesures d'étalonnage. Pour cette intégration, le modèle SOV champ lointain a alors été adapté pour sélectionner uniquement le rayon rampant dominant. Cependant, les modèles proposés au troisième chapitre ne sont valides que pour des sources/récepteurs ponctuels : afin de modéliser l'émission et la réception de l'onde de tête par des sources étendues réalistes, représentatives des capteurs CND usuels, une discrétisation des surfaces de ces capteurs a été effectuée, et les contributions de chaque couple de points émetteur/récepteur ont été sommées. Chaque contribution se calcule en associant successivement les modèles asymptotiques qui représentent chaque interaction rencontrée par l'onde de tête le long du trajet calculé par l'algorithme GRTT. Le modèle intégré a été validé théoriquement par comparaison à des simulations TOFD par éléments finis pour différentes irrégularités de surface. Le temps de vol de l'onde de tête est toujours parfaitement prédit. En termes d'amplitude, les performances du modèle sont très satisfaisantes pour des irrégularités cylindriques suffisamment grandes et situées en champ lointain des capteurs. Sur affouillements, la simulation en sus du rayon rasant, à condition de se placer en champ lointain, s'avère très précise. Une dernière validation, effectuée par comparaison avec des résultats expérimentaux sur une géométrie d'affouillement, a montré une bonne adéquation entre la simulation CIVA et l'acquisition expérimentale.

La modélisation des ondes de tête sur les interfaces irrégulières, que nous avons développée, intégrée et validée au cours des travaux résumés dans ce mémoire, ouvre de nombreuses perspectives.

De nouveaux cas de validation, en particulier sur des pièces de plus grandes dimensions, méritent d'être étudiés pour confirmer l'efficacité en champ lointain de la modélisation que nous avons intégrée. De plus, le modèle SOV en champ lointain présentant des limites lorsque les irrégularités de surface sont proches des capteurs, une étude supplémentaire est nécessaire pour étendre la modélisation du rayon rampant à ce type de configurations.

D'autre part, comme nous l'avons mentionné au cours de ce mémoire, les algorithmes utilisés durant nos travaux manquent d'optimisation. De futurs développements informatiques permettront de réduire drastiquement le temps de calcul afin d'obtenir des modèles plus efficaces et ainsi accélérer la simulation d'inspections TOFD sous CIVA.

En outre, l'approche de modélisation que nous avons établie présente des champs d'application plus larges que la seule modélisation intégrée à CIVA de l'onde de tête sur les interfaces irrégulières. En effet, les techniques de rayons utilisées ne se limitent pas simplement à cette onde : l'algorithme GRTT, pour lequel une demande de brevet a été déposée en fin de thèse, est capable de calculer le trajet de toute onde se propageant dans la pièce inspectée, et l'ajout de modèles rayon d'amplitude adaptés pourrait permettre à terme de construire un outil GRTT complet de modélisation de propagation/interaction d'ondes (trajectoire + amplitude) en élastodynamique : par exemple, les réflexions et diffractions sur fond de pièce, ou sur les irrégularités de l'interface, pourraient être calculées quantitativement. D'autre part, le calcul des ondes diffusées par les défauts pourrait être mené à bien, notamment l'interaction de l'onde de tête avec des défauts situés dans l'ombre géométrique formée par la pièce. L'intérêt de la méthode GRTT est d'assurer la faisabilité de la détection de fissures dans les zones d'ombre. Par exemple la *Figure iii* montre une fissure débouchante en surface et située dans l'ombre de cette dernière. Pour facilement identifier les zones d'ombre de la surface, on a tracé en *Figure iii* le produit des champs géométriques rayonnés à la fois par l'émetteur et par le récepteur. Le maximum d'intensité de ce produit se situe au point de croisement des axes focaux des capteurs (représentés par des lignes vertes en *Figure iii*), et les zones d'ombres géométriques sont les zones où le produit des champs géométriques est nul (*Figure iii*). Dans ce cas, la fissure peut néanmoins être détectée grâce à son interaction avec l'onde de tête. En effet, l'onde de tête (flèches noires en pointillées en *Figure iii*) se propage sous forme de rayon rampant le long de l'affouillement puis d'une onde de volume dans l'ombre de la pièce, se diffracte sur l'arête basse du défaut débouchant et est réfractée en direction du capteur récepteur. Dans cette optique, la maquette Matlab de l'algorithme GRTT peut déjà prédire les trajets des ondes diffusées par les défauts (*Figure 2.15*) et le calcul en amplitude nécessitera d'associer des modèles GTD de diffraction sur des arêtes.

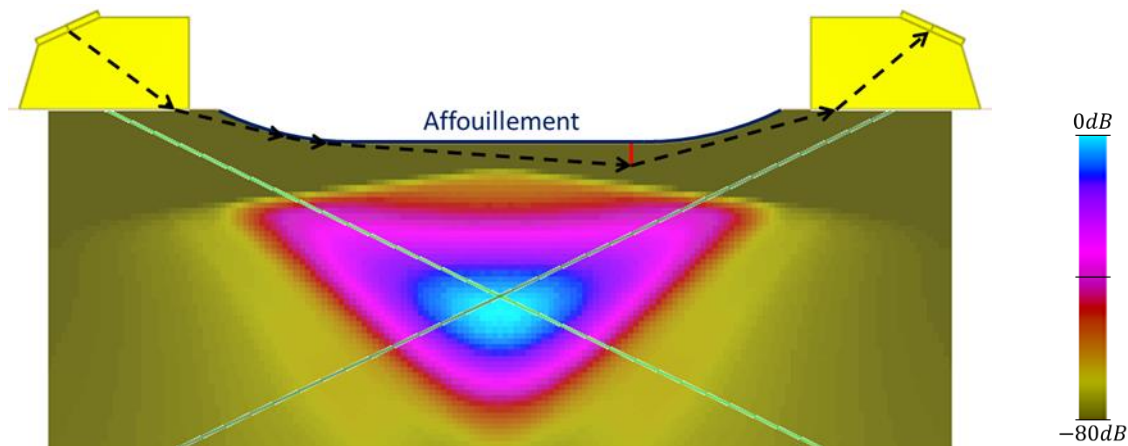


Figure iii : Produit (en code couleur) des champs directs rayonnés par les capteurs émetteur et récepteur calculés par la méthode des pinceaux (Élastodynamique Géométrique) de CIVA pour une inspection TOFD d'un affouillement (en bleu). Directions d'émission et de réception des capteurs TOFD (lignes vertes). Représentation du trajet de l'onde de tête (flèches noires en pointillés) interagissant avec un défaut plan (en rouge) situé dans l'ombre de la pièce.

Par ailleurs, cette approche de modélisation étant modulable, elle autorise l'ajout de nouveaux modèles d'amplitude pour calculer la diffraction en milieu solide sur d'autres géométries d'irrégularités, par exemple une irrégularité diédrique ou une irrégularité de courbure variable. De la même façon, les modèles rayon développés pour le moment sont valables pour des surfaces molles (impédance nulle d'un côté): il faudrait prendre en compte une impédance de surface dans le modèle de rayon rampant et modéliser le rayonnement d'ondes de tête au niveau des parties planes des affouillements (rayons rasants). L'interférence de l'onde de tête avec des ondes diffractées par les arêtes de défauts quasi débouchants en surface, déjà mise en évidence par des premières expériences numériques par éléments finis, est aussi à étudier.

Enfin, ces travaux pourraient être étendus à une propagation 3D, ainsi qu'au cas de milieux hétérogènes anisotropes, par l'intégration de la discrétisation des surfaces internes du milieu hétérogène et par le développement de modèles d'amplitude en milieu anisotrope, et au cas de matériaux inhomogènes continûment variables : les points de diffraction secondaire pourront alors être reliés simplement par des rayons courbes paraboliques dans le cas d'un gradient de vitesse constant suivant une direction.





# BIBLIOGRAPHIE

- [1] J. B. Keller, "Geometrical theory of diffraction," *JOSA*, vol. 52, no. 2, pp. 116–130, 1962.
- [2] M. Darmon, S. Chatillon, S. Mahaut, L. Fradkin, et A. Gautesen, "Simulation of disoriented flaws in a TOFD technique configuration using GTD approach," in *AIP Conference Proceedings*, 2008, vol. 975, p. 155.
- [3] V. Červený et R. Ravindra, *Theory of seismic head waves*. University of Toronto Press (Toronto), 1971.
- [4] A. W. Musgrave, *Seismic refraction prospecting*. Society of Exploration Geophysicists, 1967.
- [5] A. Mohorovicic, "Das Beben vom 8. Oktober 1909," *Jahrb. Meteorol. Obs. Zagreb Für*, vol. 4, no. 1, pp. 1–67, 1909.
- [6] O. von Schmidt, "Über Knallwellenausbreitung in Flüssigkeiten und festen Körpern," *Z. Für Tech. Phys.*, vol. 19, pp. 554–561, 1938.
- [7] R. K. McConnell, R. N. Gupta, et J. T. Wilson, "Compilation of deep crustal seismic refraction profiles," *Rev. Geophys.*, vol. 4, no. 1, pp. 41–100, 1966.
- [8] H. Ott, "Die Sattelpunktmethode in der Umgebung eines Pols. Mit Anwendungen auf die Wellenoptik und Akustik," *Ann. Phys.*, vol. 435, no. 6–7, pp. 393–403, 1943.
- [9] F. Goos et H. Hänchen, "Ein neuer und fundamentaler Versuch zur Totalreflexion," *Ann. Phys.*, vol. 436, no. 7–8, pp. 333–346, 1947.
- [10] L. Felsen, "Lateral waves, electromagnetic wave theory," *Proc Symp Delft Int Ser Monogr Electromagn Waves*, vol. 2, no. 1, pp. 11–15, 1967.
- [11] N. Budinsky et A. Ungar, "Electromagnetic head waves," *Comput. Math. Appl.*, vol. 19, no. 5, pp. 41–53, 1990.
- [12] L. Cagniard, E. A. Flinn, C. H. Dix, et W. G. Mayer, "Reflection and Refraction of Progressive Seismic Waves," *Phys. Today*, vol. 16, p. 64, 1963.
- [13] L. M. Brekhovskikh, *Waves in layered media*, vol. 4. Academic press New York, 1960.
- [14] G. Drijkoningen, C. Chapman, et C. Thompson, "On head-wave amplitudes," *J. Math. Phys.*, vol. 28, p. 1729, 1987.
- [15] J. Ogilvy et J. Temple, "Diffraction of elastic waves by cracks: application to time-of-flight inspection," *Ultrasonics*, vol. 21, no. 6, pp. 259–269, 1983.
- [16] S. Chaffai, M. Darmon, S. Mahaut, et R. Menand, "Simulation Tools for TOFD Inspection in CIVA Software," in *Proceedings of 6th ICNDE*, 2007.
- [17] I. Lerche, "On the reflection of acoustic waves from a slightly curved interface," *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 81, p. 611, 1987.
- [18] I. Lerche et N. Hill, "A mean-field solution of the reflection of a spherical acoustic wave from a rough interface," *J. Math. Phys.*, vol. 26, p. 1420, 1985.

- [19] Z. Hong et C. Xaio-Fei, "Ray path of head waves with irregular interfaces," *Appl. Geophys.*, vol. 7, no. 1, pp. 66–73, 2010.
- [20] D. Komatitsch et J.-P. Vilotte, "The spectral element method: an efficient tool to simulate the seismic response of 2D and 3D geological structures," *Bull. Seismol. Soc. Am.*, vol. 88, no. 2, pp. 368–392, 1998.
- [21] N. Gengembre, A. Lhémery, R. Omote, T. Fouquet, et A. Schumm, "A semi-analytic-FEM hybrid model for simulating UT configurations involving complicated interactions of waves with defects," in *AIP Conference Proceedings*, 2004, vol. 700, p. 74.
- [22] N. Gengembre et A. Lhémery, "Pencil method in elastodynamics: application to ultrasonic field computation," *Ultrasonics*, vol. 38, no. 1, pp. 495–499, 2000.
- [23] B. Auld, "General electromechanical reciprocity relations applied to the calculation of elastic wave scattering coefficients," *Wave Motion*, vol. 1, no. 1, pp. 3–10, 1979.
- [24] V. Zernov, L. Fradkin, A. Gautesen, M. Darmon, et P. Calmon, "Wedge diffraction of a critically incident Gaussian beam," *Wave Motion*, 2013.
- [25] D. Bouche, F. Molinet, et R. Mittra, *Asymptotic methods in electromagnetics*. Springer, 1997.
- [26] F. G. Friedlander, *Sound pulses*. University Press Cambridge, 1958.
- [27] J. D. Achenbach, *Wave propagation in elastic solids*. North-Holland Pub. Co., 1973.
- [28] J. Achenbach et A. Gautesen, "Geometrical theory of diffraction for three-D elastodynamics," *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 61, p. 413, 1977.
- [29] F. Molinet, *Acoustic High-Frequency Diffraction Theory*. Momentum Press, 2011.
- [30] B. Julian et D. Gubbins, "Three-dimensional seismic ray tracing," *J Geophys*, vol. 43, no. 1, pp. 95–114, 1977.
- [31] Y. Wang, *Seismic amplitude inversion in reflection tomography*, vol. 33. Pergamon, 2003.
- [32] Y. Wang et G. A. Houseman, "Tomographic inversion of reflection seismic amplitude data for velocity variation," *Geophys. J. Int.*, vol. 123, no. 2, pp. 355–372, 1995.
- [33] V. Vinje, E. Iversen, et H. Gjøystdal, "Traveltime and amplitude estimation using wavefront construction," *Geophysics*, vol. 58, no. 8, pp. 1157–1166, 1993.
- [34] J. Vidale, "Finite-difference calculation of travel times," *Bull. Seismol. Soc. Am.*, vol. 78, no. 6, pp. 2062–2076, 1988.
- [35] J. Vidale, "Finite-difference calculation of traveltimes in three dimensions," *Geophysics*, vol. 55, no. 5, pp. 521–526, 1990.
- [36] K. Koketsu *et al.*, "Finite difference traveltime calculation for head waves travelling along an irregular interface," *Geophys. J. Int.*, vol. 143, no. 3, pp. 729–734, 2000.
- [37] N. Rawlinson et M. Sambridge, "Multiple reflection and transmission phases in complex layered media using a multistage fast marching method," *Geophysics*, vol. 69, no. 5, pp. 1338–1350, 2004.

- [38] M. De Kool, N. Rawlinson, et M. Sambridge, "A practical grid-based method for tracking multiple refraction and reflection phases in three-dimensional heterogeneous media," *Geophys. J. Int.*, vol. 167, no. 1, pp. 253–270, 2006.
- [39] I. Nakanishi et K. Yamaguchi, "A numerical experiment on nonlinear image reconstruction from first-arrival times for two-dimensional island arc structure," *J. Phys. Earth*, vol. 34, no. 2, pp. 195–201, 1986.
- [40] T. Moser, "Shortest path calculation of seismic rays," *Geophysics*, vol. 56, no. 1, pp. 59–67, 1991.
- [41] S. Cao et S. Greenhalgh, "Calculation of the seismic first-break time field and its ray path distribution using a minimum travelttime tree algorithm," *Geophys. J. Int.*, vol. 114, no. 3, pp. 593–600, 1993.
- [42] H. J. Van Avendonk, A. J. Harding, J. A. Orcutt, et W. S. Holbrook, "Hybrid shortest path and ray bending method for travelttime and raypath calculations," *Geophysics*, vol. 66, no. 2, pp. 648–653, 2001.
- [43] A. Zhao, Z. Zhang, et J. Teng, "Minimum travel time tree algorithm for seismic ray tracing: improvement in efficiency," *J. Geophys. Eng.*, vol. 1, no. 4, p. 245, 2004.
- [44] C. Bai, S. Greenhalgh, et B. Zhou, "3D ray tracing using a modified shortest-path method," *Geophysics*, vol. 72, no. 4, pp. T27–T36, 2007.
- [45] C. Bai, G. Huang, et R. Zhao, "2-D/3-D irregular shortest-path ray tracing for multiple arrivals and its applications," *Geophys. J. Int.*, vol. 183, no. 3, pp. 1596–1612, 2010.
- [46] M.-G. Zhang, Y.-G. Jia, M.-Y. Wang, et X.-F. Li, "A global minimum travelttime ray tracing algorithm of wavefront expanding with interface points as secondary sources," *Chin. J. Geophys.*, vol. 49, no. 4, pp. 1046–1053, 2006.
- [47] I. A. Viktorov, *Rayleigh and Lamb waves: physical theory and applications*, vol. 147. Plenum press New York, 1967.
- [48] E. Dieulesaint et D. Royer, *Elastic Waves in Solids I: Free and Guided Propagation*, vol. 1, 2 vols. Springer, 2000.
- [49] H. Uberall, "Surface waves in acoustics," *Phys. Acoust.*, vol. 10, 1973.
- [50] Demande de dépôt de brevet effectuée à l'INPI le 2 août 2013, référencée au N°1357719.
- [51] C. Berge, "La theorie des graphes," *Paris Fr.*, 1958.
- [52] E. W. Dijkstra, *A short introduction to the art of programming*, vol. 4. Technische Hogeschool Eindhoven, 1971.
- [53] W. Franz et K. Deppermann, "Theorie der Beugung am Zylinder unter Berücksichtigung der Kriechwelle," *Ann. Phys.*, vol. 445, no. 6–7, pp. 361–373, 1952.
- [54] W. Franz et K. Klante, "Diffraction by surfaces of variable curvature," *Antennas Propag. IRE Trans. On*, vol. 7, no. 5, pp. 68–70, 1959.
- [55] B. R. Levy et J. B. Keller, "Diffraction by a smooth object," *Commun. Pure Appl. Math.*, vol. 12, no. 1, pp. 159–209, 1959.
- [56] J. D. Achenbach, A. K. Gautesen, et H. McMaken, *Ray methods for waves in elastic solids: with applications to scattering by cracks*. Pitman Advanced Pub. Program, 1982.

- [57] J. J. Bowman, T. B. Senior, et P. L. Uslenghi, "Electromagnetic and acoustic scattering by simple shapes," Michigan Univ Ann Arbor Radiation Lab, 1970.
- [58] Y.-H. Pao et C. Mow, "Theory of normal modes and ultrasonic spectral analysis of the scattering of waves in solids," *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 59, p. 1046, 1976.
- [59] C.-C. Mow et Y.-H. Pao, "The diffraction of elastic waves and dynamic stress concentrations," Rand Corporation, 1971.
- [60] G. N. Watson, "The transmission of electric waves round the earth," *Proc. R. Soc. Lond. Ser. Contain. Pap. Math. Phys. Character*, vol. 95, no. 673, pp. 546–563, 1919.
- [61] A. Sommerfeld, *Partial differential equations in physics*, vol. 1. New York: Academic Press, 1949.
- [62] F. Olver, *Asymptotics and Special Functions*. 1974. Academic Press, New York.
- [63] R. Brind, J. Achenbach, et J. Gubernatis, "High-frequency scattering of elastic waves from cylindrical cavities," *Wave Motion*, vol. 6, no. 1, pp. 41–60, 1984.
- [64] P. Pathak, N. Wang, W. Burnside, et R. Kouyoumjian, "A uniform GTD solution for the radiation from sources on a convex surface," *Antennas Propag. IEEE Trans. On*, vol. 29, no. 4, pp. 609–622, 1981.
- [65] V. Borovikov, "Diffraction by a wedge with curved faces," *Akust Zh*, vol. 25, no. 6, pp. 825–835, 1979.
- [66] N. Albertsen et P. Christiansen, "Hybrid diffraction coefficients for first and second order discontinuities of two-dimensional scatterers," *SIAM J. Appl. Math.*, vol. 34, no. 2, pp. 398–414, 1978.
- [67] J. Bernard, "Diffraction par un dièdre à faces courbes non parfaitement conducteur," *Rev. Tech.-Thomson-CSF*, vol. 23, no. 2, pp. 321–330, 1991.
- [68] I. V. Andronov, D. Bouche, N. Kirpichnikova, et V. Philippov, "Creeping wave diffraction by a junction with plane surface," in *Annales des télécommunications*, 1997, vol. 52, pp. 483–488.
- [69] M. Darmon et S. Chatillon, "Main Features of a Complete Ultrasonic Measurement Model: Formal Aspects of Modeling of Both Transducers Radiation and Ultrasonic Flaws Responses," *Open J. Acoust.*, vol. 3, no. 3A, pp. 43–53, 2013.
- [70] M. Darmon, N. Leymarie, S. Chatillon, et S. Mahaut, "Modelling of scattering of ultrasounds by flaws for NDT," in *Ultrasonic Wave Propagation in Non Homogeneous Media*, Springer, 2009, pp. 61–71.
- [71] R. Chapman, "Ultrasonic scattering from smooth flat cracks: an elastodynamic Kirchhoff diffraction theory," *CEGB Rep. NWRSSD840059R*, 1982.
- [72] V. Zernov, L. Fradkin, et M. Darmon, "A refinement of the Kirchhoff approximation to the scattered elastic fields," *Ultrasonics*, vol. 52, no. 7, pp. 830–835, 2012.
- [73] C. Ying et R. Truell, "Scattering of a plane longitudinal wave by a spherical obstacle in an isotropically elastic solid," *J. Appl. Phys.*, vol. 27, no. 9, pp. 1086–1097, 2004.
- [74] M. Darmon, P. Calmon, et B. Bèle, "An integrated model to simulate the scattering of ultrasounds by inclusions in steels," *Ultrasonics*, vol. 42, no. 1, pp. 237–241, 2004.
- [75] R. Raillon, G. Toullelan, M. Darmon, P. Calmon, et S. Lonne, "Validation of CIVA ultrasonic simulation in canonical configurations," in *18th WCNDT*, Durban, 2012.

- [76] A. Gardahaut, K. Jezzine, et D. Cassereau, "Modelling tools for ultrasonic inspection of bimetallic welds," *Acoust. 2012 Nantes*, 2012.
- [77] L. Schmerr et J.-S. Song, *Ultrasonic nondestructive evaluation systems: models and measurements*. Springer, 2007.
- [78] C. Uluşık et L. Sevgi, "A tutorial on Bessel functions and numerical evaluation of Bessel integrals," *Antennas Propag. Mag. IEEE*, vol. 51, no. 6, pp. 222–233, 2009.



# ANNEXE A : EXTENSION DE L'ALGORITHME GRTT AU TRACÉ DE RAYONS DANS LES MILIEUX ANISOTROPES OU HÉTÉROGÈNES

L'algorithme GRTT, dont le fonctionnement est présenté dans la partie 2.3 du chapitre 2, peut être amélioré afin de calculer le trajet d'une onde se propageant dans une pièce anisotrope ou hétérogène.

## A.1. *Cas des milieux anisotropes*

L'algorithme GRTT construit le parcours d'une onde en associant des rayons élémentaires qui relient les points de diffractions secondaires que rencontre l'onde durant sa propagation de sorte à minimiser le temps de vol total de l'onde. Pour cela, chaque rayon élémentaire porte un temps de vol élémentaire qui représente le temps nécessaire à l'onde pour parcourir la longueur du rayon élémentaire. Dans le chapitre 2, les temps de vol élémentaires sont calculés en utilisant la vitesse de propagation de l'onde dans un milieu isotrope : la vitesse de propagation utilisée reste constante quelle que soit l'orientation du rayon élémentaire dans la pièce.

Afin d'intégrer le calcul du trajet d'une onde dans un milieu anisotrope, il faut prendre en compte le fait que le temps de vol d'un rayon élémentaire (intervenant dans le graphe des trajets élémentaires du GRTT) dépend de l'orientation de ce rayon dans la pièce. La vitesse d'énergie dans un milieu anisotrope est égale à la vitesse de groupe et indique la direction du transport d'énergie, c.à.d. la direction du rayon [48]. On fait donc l'hypothèse que la direction d'un rayon élémentaire correspond à l'orientation de la vitesse d'énergie. Connaissant donc la direction de la vitesse d'énergie pour le rayon étudié, on peut déterminer, à l'aide de la surface des lenteurs, les vecteurs (direction et norme) des vitesses de phase et d'énergie, de manière unique dans le cas des ondes quasi-longitudinales (qL) comme l'onde de tête (onde la plus rapide donc forcément longitudinale). On considère ensuite que le rayon élémentaire se propage à la vitesse d'énergie de l'onde associée à ce rayon. Ainsi, le trajet obtenu après exécution de l'algorithme GRTT tiendra compte de l'anisotropie du milieu. Les fronts d'onde ne seront plus perpendiculaires aux rayons comme dans un milieu isotrope mais perpendiculaires au vecteur vitesse de phase. Deux étapes de l'algorithme GRTT sont donc modifiées dans le cas d'un milieu anisotrope :

- Etape 2.3.3 (données d'entrées) : les célérités se rapportant à la propagation d'une onde L ou T dans la pièce sont remplacées par les surfaces des lenteurs de la pièce pour chaque mode de propagation.



- Etape 2.3.8 (calcul du graphe des trajets élémentaires) : le temps de vol d'un rayon élémentaire  $P_i P_j$  est pris comme le rapport entre sa longueur et la vitesse de phase extraite de la surface des lenteurs associée au mode de propagation souhaité dans la direction du rayon  $P_i P_j$ .

Les autres étapes de l'algorithme restent inchangées.

Cette extension de l'algorithme GRTT a été intégrée dans le logiciel CIVA.

## A.2. Cas de milieux hétérogènes

Le premier cas traité dans cette partie est celui d'une pièce composée de plusieurs volumes de matériaux homogènes, séparés par des interfaces internes. Initialement, l'algorithme GRTT est prévu pour discrétiser une seule surface séparant deux milieux : celui de la pièce et celui du couplant.

Cependant, l'application de l'algorithme peut être étendue à des pièces composées de volumes homogènes, en discrétisant aussi les interfaces internes de la pièce. De ce fait, chaque interface séparant deux volumes constitue un ensemble de points de diffractions secondaires et des rayons élémentaires sont construits à l'intérieur de chaque volume. Le principe utilisé dans le cas d'une seule surface pour valider ou invalider un rayon élémentaire reste le même : un rayon élémentaire ne peut pas traverser l'interface interne entre deux volumes.

Pour chaque rayon élémentaire valide, on applique ensuite la célérité du mode choisi pour le bloc homogène dans lequel se trouve le rayon élémentaire. De même que dans le cas d'une pièce homogène, l'optimisation par l'algorithme de Dijkstra se fait sur l'ensemble des rayons élémentaires, et le trajet obtenu tient ainsi compte des interfaces internes de la pièce.

Le second cas évoqué dans cette partie est celui des milieux inhomogènes continûment variables : il s'agit de milieux, comme certaines soudures, dont l'hétérogénéité se traduit par une variation continue des propriétés physiques du matériau en fonction du point d'observation. Si la vitesse de propagation de l'onde dans le matériau peut être décrite par un gradient constant suivant une direction, les rayons élémentaires reliant deux points de diffraction ne seront plus rectilignes, mais paraboliques. Le trajet calculé par optimisation du temps de vol et composé de ces rayons élémentaires paraboliques tiendra alors compte des propriétés inhomogènes du milieu. Pour les milieux inhomogènes continûment variables sans gradient de vitesse, il est envisageable d'utiliser une description des caractéristiques de la propagation du champ dans la pièce sous la forme d'une cartographie de vitesses [76], et d'utiliser le GRTT en discrétisant tout le milieu à l'aide d'une grille 2D dont tous les nœuds peuvent agir comme source secondaire de diffraction.

# ANNEXE B : CONTRAINTES AVANCÉES SUR LE CALCUL DU TRAJET D'UNE ONDE PAR L'ALGORITHME GRTT

Cette annexe présente la méthode utilisée pour établir des contraintes plus complexes sur le calcul du trajet d'une onde lors de l'exécution de l'étape 2.3.8 de l'algorithme GRTT.

## B.1. Cas d'un trajet avec la contrainte d'un unique point de passage parmi un ensemble de trois points, avec un seul quadruplet de modes de propagation

Par rapport au cas b) de la section 2.3.8, on substitue au point de contrainte  $i$  une contrainte de passage par un unique point parmi l'ensemble de trois points référencés par les indices  $\{i, i+1, i+2\}$ . L'approche de construction de la matrice des temps de vol est similaire au cas b) : on souhaite interdire tous les trajets élémentaires permettant à l'onde de « sauter » les points  $i, i+1$  et  $i+2$ , ce qui revient à mettre arbitrairement les temps de vol  $\tau_{j \rightarrow k}$  du bloc de la matrice défini par  $j < i$  et  $k > i+2$  à  $\infty$ .

Mais cette manipulation de la matrice n'est pas suffisante : en effet, les trajets élémentaires entre les points  $i, i+1$  et  $i+2$  sont encore possibles, alors qu'on souhaite qu'un seul et unique de ces points participe au trajet. Il faut donc interdire ces trajets élémentaires : les temps de vol  $\tau_{j \rightarrow k}$  définis par  $j, k = i, i+1, i+2, j \neq k$  sont donc placés à  $\infty$ . La matrice des temps de vol ainsi obtenue est représentée sur la Figure B.1 :

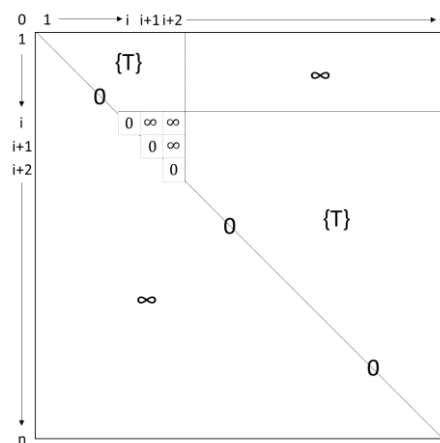


Figure B.1 : Matrice des temps de vol élémentaires pour une propagation avec un point de contrainte unique sur un ensemble de points  $\{i, i+1, i+2\}$  et avec un seul quadruplet de modes de propagation  $\{T\}$ .

D'une manière plus générale, pour un point de contrainte parmi un ensemble  $r$  de points  $\{i, i+1, \dots, i+r\}$ , le bloc des temps de vol  $\tau_{j \rightarrow k}$  défini par  $j < i$  et  $k > i+r$  sera mis à une valeur  $\infty$ , ainsi que les temps de vol  $\tau_{j \rightarrow k}$  définis par  $j, k = i, i+1, \dots, i+r$ ,  $j \neq k$ .

Les avantages de la manipulation de la matrice des temps de vol présentée ici pour intégrer cette contrainte B.1 sont notables. En effet, l'intégration de cette contrainte avancée n'implique aucune complexification du calcul du trajet, ni aucune manipulation lourde de la matrice des temps de vol : il s'agit simplement de placer arbitrairement des blocs de temps de vol à  $\infty$ .

### B.2. Contraintes avancées multiples avec un seul quadruplet de modes de propagation

On fait l'hypothèse par exemple que le trajet de l'onde doit maintenant passer par un point unique appartenant à l'ensemble de points  $\{i, i+1, i+2\}$  et par un autre point unique appartenant à l'ensemble de points  $\{m, m+1\}$ . Pour répondre à ces deux contraintes, le processus de manipulation de la matrice des temps de vol est appliqué deux fois, sur chaque ensemble de points :

- Le bloc des temps de vol  $\tau_{j \rightarrow k}$  défini par  $j < i$  et  $k > i + 2$  sera mis à  $\infty$ , ainsi que les temps de vol  $\tau_{j \rightarrow k}$  définis par  $j, k = i, i + 1, i + 2, j \neq k$ .
- Le bloc des temps de vol  $\tau_{j \rightarrow k}$  défini par  $j < m$  et  $k > m + 1$  sera mis à  $\infty$ , ainsi que les temps de vol  $\tau_{j \rightarrow k}$  définis par  $j, k = m, m + 1, j \neq k$ .

La matrice obtenue en appliquant ces manipulations est celle de la *Figure B.2* :

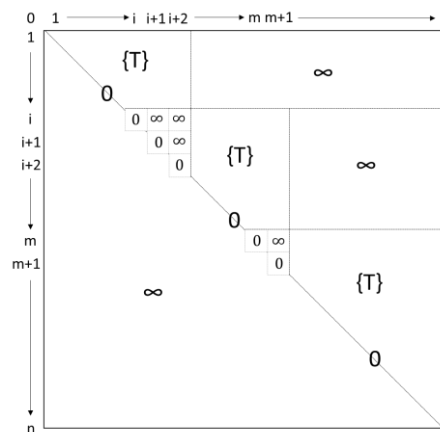


Figure B.2 : Matrice des temps de vol élémentaires pour une propagation avec un point de contrainte unique sur un ensemble de points  $\{i, i+1, i+2\}$ , un point de contrainte unique sur un ensemble de points  $\{m, m+1\}$  et avec un seul quadruplet  $\{T\}$ .

### B.3. Contraintes avancées multiples avec deux quadruplets de modes de propagation

Le dernier cas à traiter est similaire au cas B.2, à la différence que deux quadruplets de mode de propagation  $\{T_1\}$  et  $\{T_2\}$  sont utilisés. On souhaite en effet que l'onde se propage :

- du point source au premier ensemble  $\{i, i+1, i+2\}$  avec les modes de propagation du quadruplet  $\{T_1\}$ ,
- du premier ensemble au second ensemble  $\{m, m+1\}$  avec les modes de propagation du quadruplet  $\{T_2\}$ ,
- du second ensemble au point d'observation en utilisant les modes de propagation du quadruplet  $\{T_1\}$ .

Pour prendre en compte ces différents modes de propagation dans la matrice des temps de vol élémentaires, l'idée est d'utiliser un quadruplet de modes de propagation particulier pour calculer les temps de vol de tous les trajets élémentaires représentant la propagation de l'onde entre chaque contrainte, tout en conservant les blocs de temps de vol mis arbitrairement à  $\infty$  et en assurant que le trajet calculé passe par ces contraintes.

On obtient donc la matrice des temps de vol élémentaires en Figure B.3 :

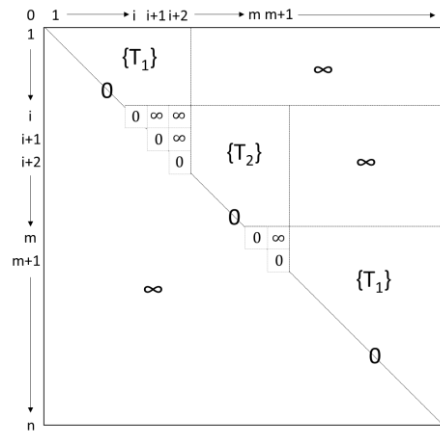


Figure B.3 : Matrice des temps de vol élémentaires pour une propagation avec un point de contrainte unique sur un ensemble de points  $\{i, i+1, i+2\}$ , un point de contrainte unique sur un ensemble de points  $\{m, m+1\}$  et avec deux quadruplets  $\{T_1\}$  et  $\{T_2\}$ .

A la différence de la matrice des temps de vol élémentaires du cas B.2, on observe que les blocs sur lesquels les temps de vol ne sont pas mis arbitrairement à l'infini n'utilisent pas le même quadruplet de modes de propagation. En effet, les temps de vol  $\tau_{j \rightarrow k}$  pour  $j < i$  et  $k < i+2$ , ainsi que pour  $j > m$  et  $k > m+1$  sont calculés avec le quadruplet  $\{T_1\}$ , tandis que les temps de vol  $\tau_{j \rightarrow k}$  pour  $j \in i, m-1$  et  $k \in i+3, m+1$  sont calculés avec le quadruplet  $\{T_2\}$ . En utilisant les quadruplets  $\{T_1\}$  et  $\{T_2\}$  pour calculer les temps de vol des trajets élémentaires associés en fonction de leur position par rapport aux points de contraintes, on s'assure que le trajet calculé durant l'étape 2.3.9 prendra effectivement en compte les changements de modes de propagation au cours de la propagation de l'onde entre les points de contrainte.

Par exemple, en affectant en entrée pour le milieu pièce (dans la section 2.3.3) une vitesse d'onde volumique longitudinale dans le quadruplet  $\{T_1\}$  et une vitesse d'onde volumique transversale en utilisant le quadruplet  $\{T_2\}$ , le trajet calculé impliquera une conversion de mode L vers T à la réflexion de l'onde dans le milieu pièce sur l'ensemble de points de contrainte  $\{i, i+1, i+2\}$ , et une conversion de mode T vers L de l'onde dans le milieu pièce à la réflexion sur l'ensemble de points de contrainte  $\{m, m+1\}$ .

# ANNEXE C : COEFFICIENTS ET DÉVELOPPEMENT ASYMPTOTIQUE DU MODÈLE SOV SUR UN CYLINDRE VIDE EN MILIEU SOLIDE

On donne dans cette annexe les différentes expressions nécessaires au calcul du modèle SOV en milieu solide utilisé en partie 3.2, ainsi que le formalisme théorique du développement asymptotique du modèle SOV pour l'établissement du modèle asymptotique du rayon rampant.

## C.1. Définition des coefficients du modèle SOV en milieu solide

On considère une onde longitudinale plane incidente (expression (3.16)) de pulsation  $\omega$  sur un cylindre vide de rayon  $a$  dans un milieu solide ( $k_L = \omega/V_L, k_T = \omega/V_T, \rho$ ). La Figure 3.8 décrit la géométrie du problème.

En coordonnées cylindriques au point d'observation  $(r, \theta)$ , l'amplitude de l'onde incidente (donnée en (3.16)) peut être réécrite sous la forme d'une somme d'ondes cylindriques, soit :

$$u_{inc}(r, \theta) = u_0 \sum_{n=0}^{+\infty} \varepsilon_n i^n J_n(k_L r) \cos(n\theta), \quad (C.1)$$

avec  $J_n(x)$  la fonction de Bessel de première espèce, et  $\varepsilon_n = 2 - \delta_{n0}$  où  $\delta_{ij}$  est le symbole de Kronecker.

Les fonctions de Hankel de première et deuxième espèce  $H_n^{(1)}(x)$  et  $H_n^{(2)}(x)$  sont solutions de l'équation d'Helmholtz en coordonnées cylindriques régissant la propagation des ondes autour du cylindre. Le champ diffusé à l'extérieur du cylindre prend alors la forme d'une composition linéaire de fonctions de Hankel (expression (3.17), [63]) que nous rappelons ici :

$$\begin{cases} u_r(r, \theta) = u_0 \sum_{n=0}^{+\infty} \varepsilon_n i^n \cos n\theta \left( A_n k_L a H_n^{(1)'}(k_L r) + B_n \frac{an}{r} H_n^{(1)}(k_T r) \right) \\ u_\theta(r, \theta) = u_0 \sum_{n=0}^{+\infty} \varepsilon_n i^n \sin n\theta \left( A_n \frac{an}{r} H_n^{(1)}(k_L r) + B_n k_T a H_n^{(1)'}(k_T r) \right) \end{cases}, \quad (C.2)$$

avec  $H_n^{(1)'}(x) = \partial H_n^{(1)}(x) / \partial x$ .

Les coefficients  $A_n$  et  $B_n$  sont obtenus en résolvant les conditions aux limites s'appliquant sur les contraintes radiale  $\sigma_{rr}$  et tangentielle  $\sigma_{r\theta}$  dans le milieu solide à l'interface  $r = a$  du cylindre vide. Ces conditions aux limites sont :

$$\sigma_{rr}^{(inc)} + \sigma_{rr}^{(diff)} = 0, \sigma_{r\theta}^{(inc)} + \sigma_{r\theta}^{(diff)} = 0, \quad (C.3)$$

où les indices  $^{(inc)}$  et  $^{(diff)}$  font respectivement référence au champ incident et au champ diffracté sur le cylindre.

La résolution des équations (C.3) donne les expressions suivantes [63] pour  $A_n$  et  $B_n$  :

$$A_n = \frac{i}{2k_L a} \left( 1 + \frac{C_n^{(2)}(k_L a) C_n^{(1)}(k_T a) - D_n^{(2)}(k_L a) D_n^{(1)}(k_T a)}{C_n^{(1)}(k_L a) C_n^{(1)}(k_T a) - D_n^{(1)}(k_L a) D_n^{(1)}(k_T a)} \right),$$

$$B_n = \frac{2n}{\pi a} \left( \frac{n^2 - (k_T a)^2 / 2 - 1}{C_n^{(1)}(k_L a) C_n^{(1)}(k_T a) - D_n^{(1)}(k_L a) D_n^{(1)}(k_T a)} \right), \quad (C.4)$$

avec les coefficients  $C_n^{(i)}(x)$  et  $D_n^{(i)}(x)$  ( $i=1,2$ ) suivants (les formules (2.6) et (2.7) de [63] sont fausses et ont été corrigées pour obtenir les expressions suivantes équivalentes à (10.83) de [77]) :

$$C_n^{(i)}(x) = (n^2 - n - (k_T a)^2 / 2) H_n^{(i)}(x) + x H_{n+1}^{(i)}(x),$$

$$D_n^{(i)}(x) = (n - n^2) H_n^{(i)}(x) + n x H_{n+1}^{(i)}(x). \quad (C.5)$$

## C.2. Développement asymptotique du modèle SOV en milieu solide

La construction du modèle asymptotique du rayon rampant implique l'application de la transformée de Watson/Sommerfeld sur les expressions (C.2) constitutives du modèle SOV. En conséquence, toutes les expressions de la partie C.1 citées dans la partie C.2 sont utilisées en substituant le paramètre entier  $n$  par le paramètre complexe  $\gamma$ .

Le développement asymptotique du modèle SOV implique de connaître, pour  $r > 0$ , les pôles  $\gamma_l$  des coefficients  $A_\gamma$  et  $B_\gamma$  définis par l'expression (C.4). Ces pôles sont les zéros de dénominateur des coefficients  $A_\gamma$  et  $B_\gamma$ , c'est-à-dire que  $\Delta(\gamma_l) = 0$  où :

$$\Delta(\gamma) = C_\gamma^{(1)}(k_L a) C_\gamma^{(1)}(k_T a) - D_\gamma^{(1)}(k_L a) D_\gamma^{(1)}(k_T a), \quad (C.6)$$

avec  $C_\gamma^{(i)}(x)$  et  $D_\gamma^{(i)}(x)$  ( $i=1,2$ ) définis de la même façon que dans l'expression (C.5).

Comme décrit dans la section 3.2.3 (partie b) du chapitre 3, les zéros de (C.6) sont recherchés numériquement par une méthode de Newton. On notera que la fonction de Hankel  $H_\gamma^{(1)}(x)$  (avec  $\gamma$  complexe), nécessaire à la résolution numérique de (C.6), a été évaluée numériquement à partir de l'une des représentations intégrales sur l'axe réel de la fonction de Bessel de première espèce  $J_\gamma(x)$  [78] :

$$J_\gamma(x) = -\sin(\gamma\pi) \int_0^{+\infty} e^{-\gamma x \sinh(\nu) - \gamma\nu} d\nu + \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \cos[\gamma x \sin(\nu) - \gamma\nu] d\nu. \quad (C.7)$$